

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XIX Міжнародної
науково-практичної конференції**

«Шевченківська весна – 2021»

квітень 2021 р., м. Київ, Україна

Taras Shevchenko National University of Kyiv

**Proceeding of XIX International
Scientific – Practical Conference**

«Shevchenkivska Vesna – 2021»

April 2021, Kyiv, Ukraine

Програмний комітет

Анісімов Анатолій Васильович – доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, декан факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Безущак Оксана Омелянівна – доктор фізико-математичних наук, доцент, декан механіко-математичного факультету

Капустян Олена Анатоліївна – доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, заступник декана з наукової та міжнародної роботи факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Мішура Юлія Степанівна – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики

Ральченко Костянтин Володимирович – доктор фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з наукової роботи механіко-математичного факультету

Харитонов Олексій Михайлович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник декана з навчальної роботи механіко-математичного факультету

Організаційний комітет

Александрова Поліна Вадимівна – заступниця голови студентського парламенту механіко-математичного факультету

Зубченко Володимир Петрович – кандидат фізико-математичних наук, голова Ради молодих вчених механіко-математичного факультету

Шевчук Юлія Михайлівна – кандидат фізико-математичних наук, голова Ради молодих вчених факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Верстка: Аветісян Д. А., Навара Г. В.

Секція «Математика, статистика та механіка»

Дослідження динаміки операцій своп процентної ставки

П. В. Александрова, В. П. Зубченко

Ключовими критеріями припустимості та доцільності фінансових операцій є прибутковість та ризиковість. Пожвавлення довгострокового банківського кредитування в умовах пандемії потребує інструментів хеджування майбутніх ризиків. Зміна ключових макроекономічних показників, зокрема підвищення облікової ставки НБУ, може істотно знизити доходність банківського кредитування та привести до істотного збільшення рівня ринкових ризиків. Своп процентної ставки є класичним для європейської фінансової системи інструментом зменшення потенційного впливу вказаних ризиків, однак новим для українського міжбанківського ринку. Перші аукціони між Національним банком України та комерційними банками із випуску свопів процентної ставки відбулись у другій половині 2020 р. У такий спосіб банки можуть мінімізувати власний процентний ризик під час кредитування. Вони залучають депозити на досить короткий термін порівняно з довгим строком кредитів, тож завжди ризикують через ймовірність зміни вартості залучень. Ставка за депозитами фактично завжди змінюється і може зрости, а для позичальника банку вона фіксована.

Своп процентної ставки передбачає, що одна сторона пропонує іншій фіксовану процентну ставку, що нараховується на умовну суму, а інша сторона - плаваючу відсоткову ставку. Остання розраховується на основі Українського індексу міжбанківських ставок овернайт (UONIA). Дисконтування майбутніх грошових потоків здійснюється за ставками кривої безкупонної доходності, побудованої за гривневими ОВДП. В обумовлений строк відбуваються розрахунки сторін з обчислення різниці процентних платежів.

Ключовим питанням математичного моделювання операцій своп процентної ставки є дослідження справедливої вартості цього фінансового інструменту в майбутні моменти часу. Зокрема, важливо спрогнозувати потенційні зміни справедливої вартості при зміні коефіцієнтів кривої безкупонної доходності та при певних трендах індексу міжбанківських ставок овернайт. У роботі проведено дослідження чутливості зазначених факторів на динаміку свопу процентної ставки, побудовано прогноз майбутньої динаміки інструменту в залежності від зміни ключових макроекономічних показників.

Автори

Поліна Вадимівна Александрова — студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: aleksandrova.polina@knu.ua

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Оцінювання параметрів Хюрста і дифузії у дробовому стохастичному рівнянні теплопровідності

Д. А. Аветісян, К. В. Ральченко

Розглядається стохастичне рівняння теплопровідності:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}\Delta u\right)(t, x) = \sigma \dot{B}_x^H, \quad t \in [0, T], \quad x \in \mathbb{R},$$

де $B^H = \{B_x^H, x \in \mathbb{R}\}$ — це дробовий броунівський рух з індексом Хюрста H . Вивчається задача одночасного оцінювання параметрів H і σ^2 за дискретними спостереженнями вигляду $\{u(t_i, k\delta), i = 1, 2, k = 1, \dots, N\}$, де $t_1 > 0$, $t_2 > 0$ і $\delta > 0$ — фіксовані. Нехай

$$\hat{V}_N(t) = \sum_{k=1}^N u(t, x_k)^2, \quad v(t, H) = \frac{t^{H+1} 2^{H+1} (2^H - 1) \Gamma(H + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} (H + 1)},$$

де Γ позначає гамма-функцію. Доведено, що для всіх $H \in (0, 1)$ статистики

$$\hat{H}_N = \frac{\log\left(\frac{\hat{V}_N(t_1)}{\hat{V}_N(t_2)}\right)}{\log(t_1/t_2)} - 1, \quad \hat{\sigma}_N^2 = \frac{\hat{V}_N(t_1)}{Nv(t_1, \hat{H}_N)} = \frac{\hat{V}_N(t_2)}{Nv(t_2, \hat{H}_N)}.$$

є строго консистентними оцінками параметрів H і σ^2 . При $H \in (0, \frac{3}{4})$ одержано також асимптотичну нормальність оцінок. Ці результати є продовженням статті [1], у якій досліджено ергодичні властивості процесу u та побудовано строго консистентну оцінку параметра σ^2 при відомому H .

Дослідження другого автора виконано за підтримки Національного фонду досліджень України в межах проекту № 2020.02/0026.

Список літератури

- [1] D. Avetisyan, K. Ralchenko, Ergodic properties of the solution to a fractional stochastic heat equation, with an application to diffusion parameter estimation // Modern Stochastics: Theory and Applications. – 2020. – Vol. 7, no. 3. – P. 339–356.

Автори

Діана Арутюнівна Аветісян — аспірант 2-го року, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: diana.avetisyan2017@gmail.com

Костянтин Володимирович Ральченко — д.ф.-м.н., доцент, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: k.ralchenko@gmail.com

Визначення баскетбольних активностей за допомогою носимих смарт пристроїв

І. Ю. Антіп'єв

Носимі пристрої набирають велику популярність через можливість збору та аналізу інформації про себе, яку ми практично не можемо відслідковувати самостійно: починаючи з кількості кроків і закінчуючи розподілом сну за фазами. Серед них є і спортивні навантаження. Але ще досить активностей не мають трекерів належної якості або взагалі відсутні.

У своїй роботі я розглядаю баскетбольні активності та хочу побудувати математичну модель, що дозволить визначити факт підкидання м'яча на смарт-годиннику. Оскільки, окрім заданої активності існують інші, то я вирішив звести задачу до класифікації "один проти всіх". Тобто, потрібно мінімізувати функцію, що визначає тип активності за наявних відомих значень:

$$\sum_{i=1}^n |F(\bar{w}, \tilde{f}(\bar{x}_i)) - R_i| \rightarrow \min_{\bar{w}, \tilde{f}(\bar{x}_i)}, \text{ де}$$

- $F(\bar{w}, \tilde{f}(\bar{x}_i))$ - модель, яка класифікує вхідні дані, набуває значення 1 при підкиданні та 0 в іншому випадку;
- n - розмір даних, на яких модель "навчається";
- R_i - відомий тип активності;
- \bar{w} - параметри моделі;
- $\tilde{f}(\bar{x}_i)$ - похідні характеристики, вираховані на вхідних даних;
- x_i - часовий ряд, отриманий з сенсорів.

Вхідними даними є значення акселерометра та гіроскопа. На першому етапі від сигналу були відфільтровані шуми за допомогою вейвлет перетворення. Далі визначаються характерні ознаки: кореляція між осями X, Y, Z для кожного сенсора; кількість піків сигналу та відстань між ними. Для класифікації за заданими ознаками був використаний алгоритм SVM [4]. Основною метрикою для даного виду класифікації я обрав

$$Precision = True_positive / (True_positive + False_positive).$$

Модель дозволяє визначити факт підкидання м'яча з точністю 93%, але в той же час показник "False Positive" є досить великим, тому модель потребує більш точного розпізнавання з іншими спортивними активностями.

Список літератури

- [1] Muhammad Shoab, Ozlem Durmaz Incel. Feature Engineering for Activity Recognition from Wrist-worn Motion Sensors
- [2] Ali Mehmood Khan Michael, Lawo Michael Lawo. Wearable Recognition System for Sports Activities
- [3] Olivier Rioul, Martin Vetterli. Wavelets and signal processing
- [4] Jerome Friedman, Trevor Hastie, and Robert Tibshirani. The elements of statistical learning, Springer series in statistics, 2001.
- [5] Shervin Minaee. 20 Popular Machine Learning Metrics. <https://towardsdatascience.com/20-popular-machine-learning-metrics-part-1-classification-regression-evaluation-metrics-1ca3e282a2ce>

Антіп'єв Ілля Юрійович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ilya.antipiev@gmail.com

About one matroid class related to the semigroups

D. I. Bezushchak

The matroid concept was initially introduced by Hassler Whitney in his work [1]. This term emerged to capture abstractly the essence of dependence. Not surprisingly, that the definition by Whitney embraced many combinatorial structures. But what actually is a matroid? This name intuitively suggests a structure related somehow to matrix and indeed, it was a unifying abstract treatment of the dependence in linear algebra and graph theory [2].

Definition 1. It is said that a matroid M consists of non-empty finite set X and a non-empty collection J of independent subsets of X , called bases, satisfying the following properties:

- (i) if $Y \in J$ and $Z \subseteq Y$, then $Z \in J$;
- (ii) if $Y, Z \in J$ and $|Z| > |Y|$, then there exists $z \in Z \setminus Y$, such that $Y \cup \{z\} \in J$.

Let S be a semigroup. We will denote by I the set of all subsets $M \subseteq S$, such that M is irreducible system of base elements of the subsemigroup $\langle M \rangle$. Note, that I consists of all subsets of S of cardinality 1. We will be investigating the question: "For which semigroups S the pair (S, J) will be a matroid?"

Theorem 1. Let C_n be a cyclic group. Then the pair (C_n, J) will be a matroid if and only if when n is the prime power.

The following proposition describes all monogenic semigroups for which a pair (M, J) is a matroid. Where J is the set of bases.

Theorem 2. For a monogenic semigroup in a form of (k, p) , where p is a prime number, the pair (S, J) form a matroid if and only if $k = 1$ or $k = 2$ and n is a prime power, or $k = 3$ and $n = 2$ or is an odd prime power.

Let now (L, \leq) be a bottom semilattice. With respect to \wedge the natural infimum of two elements from L forms a monogenic semigroup (L, \wedge) .

Proposition 1. For any chain L a pair (L, J) is a matroid.

The next example comes from the known lattices: The lattice of sets of all subsets of any given set, that consists of n elements, known as the power set \mathfrak{B}_n , the lattice of all partitions of the set, that consists of n elements $Part_n$ and the lattice of subspaces of the n -dimensional space on a field \mathfrak{F}_p , also known as \mathfrak{L}_p . The field for the space is crucial and has to be finite, for the main space to have a finite number of subspaces.

Theorem 3. For each lattice L either \mathfrak{B}_n , \mathfrak{L}_p or $Part_n$, the pair (L, J) is a matroid if and only if $n < 3$

References

- [1] Whitney H., On the Abstract Properties of Linear Dependence, *Amer. J. Math.*, **57** (1935), P.509-533.
 - [2] Ingleton A. W., Representation of matroids, *Combinatorial Mathematics and its Applications* (Proc. Conf., Oxford, 1969), Academic Press, London, 1971, P.149-167.
-

Authors

Dmytro Bezushchak — 2nd year PhD student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: bezushchak@gmail.com

Hyperelliptic curve cryptosystem using Koblitz method and Mumford representation in Python

D. Boiko, N. Ichanska

Last decades Elliptic Curve Cryptography (ECC) are widely applicable for key agreement, digital signatures, pseudo-random generators and other tasks. Although hyperelliptic curves in cryptography was introduced by Neal Koblitz [1] only 3 years after ECC, not many cryptosystems implement it as its arithmetic is assumed not to be as efficient as with cryptosystems based on elliptic curves or factoring (RSA). The target of this article is not only to show that hyperelliptic curves cryptosystems can be applicable not worse, but to present the full exchange system using sufficient complex structure and implement it with Python Library SymPy [2].

Firstly we divide message m into g parts: m_1, \dots, m_g , then we begin to convert message m to a list of ASCII code. To map our message to a number, we are going to use the following expression:

$$m_i = \sum_{k=1}^{n_i} l_k 2^{8k-1}, \quad (1)$$

where $i = 1, \dots, g$, $0 \leq l_k < 2^8$ and the number of characters $n_i \leq 160$.

To further encode the message m , we will use Koblitz method [3] for associating the numeric representation of sub-messages m_1, \dots, m_g with a point on an hyperelliptic curve. Then we correspond each point of hyperelliptic curve in its Mumford representation. That makes possible to use ElGamal scheme to encrypt and decrypt.

References

- [1] Neal Koblitz: Algebraic aspects of cryptography. Algorithms and computation in mathematics 3, Springer 1998, ISBN 978-3-540-63446-1, pp. I-IX, 1-217
- [2] Python library for symbolic mathematics - SymPy, <https://www.sympy.org/en/index.html>
- [3] Toya Skeete, Erin Jones, Jose Ayala. Elliptic Curves and Elliptic Curve Cryptography, July 19, 2010.

Authors

Denys Boiko — 2nd year Master degree student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: boiko.denysss@gmail.com

Nadiia Ichanska — 2nd year Master degree student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: IchaNadia235@gmail.com

Ігрові методи при викладанні математики

М. М. Борець

За останні 30 років пріоритети в сфері освіти суттєво змістились. По-перше, після розпаду СРСР почала більше цінуватись індивідуальність кожної дитини. По-друге, відбулася масштабна цифрова трансформація.

Тепер вчителю доводиться конкурувати за увагу учнів з їх гаджетами. Задача сучасного педагога – показати дітям, що математика та інші шкільні дисципліни є не менш цікавими за ігри на телефоні. При цьому важливо враховувати індивідуальні захоплення кожного учня.

Я дослідив [1], що досить ефективним для зацікавлення дітей є ігровий підхід. Введення інтерактивних занять з кожної теми доповнить існуючі традиційні теоретичні, практичні уроки та заняття з контролю знань.

Все частіше ігри проводяться не тільки на уроках фізичної культури[3], а й при викладанні інших дисциплін[2]. Для математики інтерактивні заняття є ще важливішими, адже для певних обчислювальних задач важко навести наочні ілюстрації. При викладанні алгебри та геометрії можна застосовувати адаптовані версії універсальних ігор, таких як «Брейн-ринг»[2], «Крокодил», «Вгадай слово», «Кросворди», «Квест», «Дженга» тощо.

Я проаналізував вплив ігор на зацікавленість дітей предметом. Під час практики в УФМЛ з метою повторення учнями вивчених раніше термінів, мною було проведено гру «Крокодил». Ця невелика розминка підняла настрій дітям, і вони з більшим ентузіазмом розв'язували задачі протягом всього заняття. Також цікавим є підхід, що був застосований в гімназії № 172 «Нивки» м. Києва. Тут учнями на уроках інформатики було створено математичні комп'ютерні ігри. Вільний час, який діти все одно витратили б на гаджети, вони проводять у школі: намагаються набрати найкращий результат у цих програмах.

Діти люблять змагання. Тому задачею вчителя математики є придумати такий челендж, який буде одночасно і веселим, і пов'язаним з точною наукою. А таких прикладів чимало!

Список літератури

- [1] М.М.Борець. Використання ігрових методів при викладанні математики в середній школі - Сучасні тенденції та концептуальні шляхи розвитку освіти -2020. - С.207-215
- [2] О. П. Саприкіна, А. А. Гуріна. Ігрові форми роботи як засіб формування ключових компетентностей особистості на уроці іноземної мови в умовах Нової української школи - 2018. - С.7-13, 20-26
- [3] Л.В.Гальченко. Рухливі і національні ігри з методикою викладання. Навчально – методичний посібник, Частина I -2012. - С.46-56

Автори

Борець Михайло Максимович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mike_borets@meta.ua

Непараметричний двофакторний дисперсійний аналіз

А. М. Буковецька

Дисперсійний аналіз – набір статистичних моделей та пов'язаних з ними процедур оцінки, що використовуються для аналізу відмінностей між середніми. Поширеною є абревіатура ANOVA, що походить від англійської назви ANalysis Of VAriance. Даний метод є розширеним аналогом t-критерію Стьюдента. Останній застосовується для порівняння середніх лише двох вибірок. Натомість ANOVA дозволяє порівнювати середні значення двох та більше вибірок. Ця перевага дозволяє уникнути похибки на множинних порівняннях.

Зазвичай для коректної роботи статистичного критерію необхідне виконання ряду вимог, наприклад, нормальний розподіл даних. Однак, існують випадки, коли ми нічого не можемо сказати про параметри розподілу. Саме тоді застосовують непараметричні аналоги критеріїв.

Моя робота присвячена огляду таких аналогів для двофакторного дисперсійного аналізу. Зокрема розглянуто алгоритм критерію Фрідмана та продемонстровано його застосування в R.

Список літератури

- [1] A.A. Affifi, S.P.Azen Statistical analysis
- [2] Gibbons J., Chakraborti S. Nonparametric Statistical Inference, 2003

Автор

Буковецька Андріяна Миколаївна — студентка 1-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: 19odri99@gmail.com

Математичне моделювання динаміки P&L страхової компанії

А. А. Бутенко, В. П. Зубченко

Моделювання динаміки доходів та витрат страхової компанії представляє особливий практичний інтерес, адже безпосередньо використовується при розробці стратегії роботи страхової компанії, моніторингу ключових показників ефективності, контролю допустимості рівня ризику фінансових операцій та забезпечення достатності регулятивного капіталу. Побудовано математичну модель основних статей доходів та витрат. На основі моделі проведено стрес-тестування страхової та інвестиційної діяльності страховика, визначено ключові фактори впливу на динаміку прибутковості-збитковості страхової компанії та проаналізовано її часову структуру в залежності від внутрішніх, ринкових та макроекономічних факторів. Основою

моделі є класичні актуарні методи обчислення страхових премій та резервів, моделювання діяльності здійснюється згідно із принципами європейської директиви платоспроможності Solvency II.

Автори

Бутенко Анна Андріївна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: annbutenko69@gmail.com

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Властивості та оцінки для φ -субгауссових випадкових процесів

О. М. Гопкало

Доповідь присвячено дослідженню властивостей випадкових процесів, що належать до просторів φ -субгауссових випадкових величин $\text{Sub}_\varphi(\Omega)$. Такі процеси являють собою підклас процесів із просторів Орліча експоненціального типу. Детальне дослідження випадкових процесів із просторів Орліча представлено у монографії [1].

Простори φ -субгауссових випадкових величин $\text{Sub}_\varphi(\Omega)$ узагальнюють простори гауссових випадкових величин, тому вони широко застосовуються для моделювання реальних випадкових процесів у теорії черг, фінансовій математиці, фізиці. Детальну інформацію щодо основних понять і властивостей φ -субгауссових випадкових процесів можна знайти у джерелах [1, 2, 3] та ін.

У доповіді представлено умови, за яких φ -субгауссові процеси, що визначені на \mathbb{R} , є обмеженими і неперервними з ймовірністю 1, а також виписано оцінки для розподілу супремуму таких процесів. Ці результати можуть бути застосовані при дослідженні розв'язків рівнянь математичної фізики з випадковими початковими умовами.

Отримані результати опубліковано в статті [4].

Список літератури

- [1] Buldygin V. V., Kozachenko Yu. V. *Metric Characterization of Random Variables and Random Processes*. – American Mathematical Society, Providence, RI. – 2000. – 257 p.
- [2] Василик О.І., Козаченко Ю.В., Ямненко Р.Є. φ -субгауссові випадкові процеси. – К: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет". – 2008. – 231 с.
- [3] Giuliano Antonini R., Kozachenko Yu., Nikitina T. Space of φ -sub-Gaussian random variables. – *Rend. Accad. Naz. Sci. XL Mem. Mat. Appl. (5)*. Vol. 27. – 2003. – P.92–124.
- [4] Василик О. І., Гопкало О. М., Козаченко Ю. В., Сахно Л. М. Деякі властивості та оцінки для φ -субгауссових випадкових процесів. – Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. Вип. 4. – 2019. – С. 18–23.

Автори

Ольга Михайлівна Гопкало — аспірантка 4-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: olia_gopkalo@ukr.net

Про обмежені розв'язки різницевого рівняння з кусково-сталими операторними коефіцієнтами

М. Ф. Городній, О. А. Печериця

Нехай X — комплексний банахів простір, $\mathcal{L}(X)$ — банахова алгебра лінійних обмежених операторів, що діють в X . Позначимо через S одиничне коло $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$. Для $T \in \mathcal{L}(X)$ позначимо через $\sigma(T)$ спектр T . Припустимо, що $\sigma(T) \cap S = \emptyset$. Нехай $\sigma_-(T)$ — частина $\sigma(T)$, що міститься всередині S , а $\sigma_+(T) := \sigma(T) \setminus \sigma_-(T)$. Нехай $P_-(T)$ та $P_+(T)$ — проєктори, що відповідають спектральним множинам $\sigma_-(T)$ та $\sigma_+(T)$. Як відомо, тоді простір X є прямою сумою $X = X_-(T) \dot{+} X_+(T)$ підпросторів $X_-(T) := P_-(T)X$ та $X_+(T) := P_+(T)X$.

Нехай A, B — фіксовані оператори з $\mathcal{L}(X)$. В [1] доведено таку теорему.

Теорема 1. У скінченновимірному банаховому просторі X різницеве рівняння

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= Ax_n + y_n, \quad n \geq 1, \\x_{n+1} &= Bx_n + y_n, \quad n \leq 0,\end{aligned}$$

має єдиний обмежений розв'язок $\{x_n, n \in \mathbb{Z}\}$ для кожної обмеженої послідовності $\{y_n, n \in \mathbb{Z}\}$ в X тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні умови:

$$\begin{aligned}a) \quad &\sigma(A) \cap S = \emptyset, \quad \sigma(B) \cap S = \emptyset; \\b) \quad &X = X_-(A) \dot{+} X_+(B).\end{aligned}$$

Основним результатом нашої роботи є така теорема.

Теорема 2. Якщо оператори A, B — неперервно оборотні, то твердження теореми 1 виконується і в нескінченновимірному банаховому просторі X .

Список літератури

- [1] Городній М.Ф., Гончар І.В. Про обмежені розв'язки різницевого рівняння зі змінним операторним коефіцієнтом // Доповіді НАН України. — 2016, № 12. — С. 12–16.

Автори

Михайло Федорович Городній — д.ф.-м.н., професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: gorodnii@univ.kiev.ua

Олексій Анатолійович Печериця — аспірант 1-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pecheritsa.aleksey@gmail.com

Точки Брокера та інші чудові точки трикутника

М. О. Грищенко, В. Б. Цань

Анрі Брокер [3] в 1875 році віднайшов умову та розв'язок такої задачі: в трикутнику ABC знайти таку точку P , що $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA = \varphi$. Точку P відтоді називають точкою Брокера. Точок з подібною властивістю трикутник має дві, і ці точки ізогонально спряжені одна до одної [4]. Кут φ називається кутом Брокера.

В роботі описано і систематизовано знання про властивості точок та кута Брокера [2, 4], описано способи їх побудови [3] і знаходження кута Брокера. Також описано деякі властивості точки Лемуана, такі як її розташування в прямокутному трикутнику, властивість педального трикутника, для якого точка Лемуана є точкою перетину медіан [1]. Розглянуті деякі властивості центра описаного кола трикутника: центр описаного кола є ізогонально спряженим з ортоцентром; існує педальний трикутник, що є подібним трикутнику, якому відповідає даний центр описаного кола.

Розглянуто ряд самостійно розв'язаних задач, в яких доводиться належність першої та другої точки Брокера, центра описаного кола трикутника колу, описаному навколо трикутника Брокера; подібність заданого трикутника та його трикутника Брокера; рівновіддаленість точок Брокера від діаметра кола Брокера, яким є відрізок, що сполучає центр описаного кола заданого трикутника і його точку Лемуана.

Список літератури

- [1] Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – 4-е изд., дополненное – М. : МЦНМО, 2001. – 584 с. – С. 111–115, 369–371.
- [2] Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. – Учпедгиз, 1962. – С. 132.
- [3] Прасолов В.В. Точки Брокера. – Квант, 1992, №1. – С. 42–44.
- [4] Прасолов В.В. Точки Брокера и изогональное сопряжение – М. : МЦНМО, Серия «Библиотека "Математическое просвещение"», 2000. – 24 с. – С. 3.
- [5] Бородин А.И. Биографический словарь деятелей в области математики. – К. : Рад. школа, 1997, – 608 с. – С. 77–78.
- [6] В. Яківець, В. Ясінський. Навколо точки Брокера. – «Математика». – № 15 (459), 2008. – С. 18–24.

Автори

Маргарита Олександрівна Грищенко — учениця 11 класу, Український фізико-математичний лицей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: margarita.grishchenko@gmail.com

Цань Вікторія Борисівна — вчитель математики, Український фізико-математичний лицей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: fizmatovka@gmail.com

Threecolour graph of a system with simple collective dynamics on sphere

S. Huraka, O. Prishlyak

The theme about flows is widely used in mathematics nowadays, for example, in dynamic systems. Such systems are models of many processes which are described in technical sciences such as biology, medicine, physics and chemistry so this work may be used for studying events surrounding us. For example, cyclons can be modelled as

flows being bifurcated which is the theme of our next work. Let us be given any two-dimensional surface and any smooth function on it. Two vector fields on the surface are generated by this function: the gradient field $\text{grad}f$ and the skew gradient field $\text{sgrad}f$. These fields have different structures and dynamics. The corresponding flows are called gradient and Hamiltonian correspondently. Many works are dedicated to the flow theme, in detail were studied [1, 2, 3, 4]. In this work only those dynamic systems are considered where both these structures are present. The definition of a simple flow is given and it is considered in a region with Hamiltonian-type dynamics. A diagram is constructed as a complete topological invariant of such flows. In this research the diagram is a planar graph, which is a circle with some segments drawn inside. The principles of constructing the diagram are following: the circle (the distinguished cycle on the graph) corresponds to a closed trajectory in the Hamiltonian region, which is quite close to the distinguished heteroclinic cycle. The vertices symbolize saddle points and sources, and the saddle lying on the boundary of the two components of the connectivity of the gradient region corresponds to two vertices. Segments (edges that do not belong to the distinguished cycle) correspond to separatrices coming from a source and chords connecting vertices correspond to one saddle. Also flows with no more than 6 saddles are described. In particular, for constructing flows with 5 and 6 saddles the schedules of these numbers per term were used. In this schedules the amount of items is equal to the amount of sources, and each item separately is equal to the number of separatrices coming out from the source. For example, there exists 1 flow with 1 saddle, 2 flows with 2 saddles and 4 flows with 3 saddles up to topological equivalence.

References

- [1] A. V. Bolsinov, A. T. Fomenko. Integrable Hamiltonian systems. Geometry, Topology, Classification,– A CRC Press Company, Boca Raton London New York Washington, D.C., 724 p., 2004.
- [2] A.A. Oshemkov, V.V. Sharko. Classification of morse-smale flows on two-dimensional manifolds. *Matem. Sbornik*, 189(8):93-140, 1998.
- [3] A.O. Prishlyak, M.V. Loseva. Optimal Morse-Smale flows with singularities on the boundary of a surface. – *J Math Sci*, 243:279-286, 2019.
- [4] R. Shchurko Z. Kibalko, A. Prishlyak. Trajectory equivalence of optimal morse flows on closed surfaces. – *Proceedings of the International Geometry Centre*, 11(1):2-26, 2018.

Authors

Sophija Tarasivna Huraka — 3d year Bachelor's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Volodymyrska, 60, 01601 Kyiv, Ukraine; E-mail: sophija_huraka@ukr.net

Oleksandr Olehovych Prishlyak — Professor, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Volodymyrska, 60, 01601 Kyiv, Ukraine; E-mail: prishlyak@yahoo.com

Дослідження геометричних характеристик скручених антипризм з рівностороннім напівправильним багатокутником в основі

М. С. Деркач

Застосування тіл призматичної форми загальновідоме. Метою даної роботи є дослідження зв'язку геометричних характеристик скручених антипризм, утворених при повороті верхньої основи на деякий кут ϕ навколо центру вписаного кола

в многокутник основи, з параметрами початкової прямої призми з рівностороннім напівправильним многокутником в основі. У роботі будемо називати скрученими антипризмами опуклі та неопуклі призматоїди з трикутними бічними гранями та рівносторонніми напівправильними многокутниками в основах. Для побудови математичної моделі у прямокутній декартовій системі координат зроблено припущення, що у результаті деформації кручення відбувається злам кожної бічної грані призми за однією з діагоналей вихідного прямокутника. Розглянуто декілька можливих шляхів отримання скрученої антипризми: модель деформування призми з постійною висотою, модель зі сталою довжиною бічного ребра (можлива тільки для правильних призм) та модель зі сталою довжиною ребра скрученої антипризми, що було до деформації діагоналлю бічної грані початкової призми. Виявлено, що при з'єднанні середин бічних ребер скрученої антипризми, які були бічними ребрами вихідної призми, утворюється рівносторонній напівправильний многокутник, а при з'єднанні середин бічних ребер скрученої антипризми, які були діагоналями бічних граней вихідної призми, утворюється рівносторонній напівправильний многокутник. Для моделі зі сталою висотою правильної призми котангенс кута між бічним ребром прямої призми і площиною основи в залежності від кута повороту основи, у полярній системі координат задовольняє рівняння троянди Гвідо Гранді з визначальним коефіцієнтом $\frac{1}{2}$. Якщо довжина бічного ребра правильної призми фіксована і дорівнює діаметру описаного навколо основи кола, то кінець ребра при повороті основи рухається вздовж кривої Вівіані.

Список літератури

- [1] Рудик Є.А.О. Деформації кручення правильних призм та скручених антипризм. Матеріали – XVIII Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених “Шевченківська весна – 2020”, квітень 2020 року, Київ, Україна. – С.30 – 31.

Автори

Михайло Сергійович Деркач — учень 9-го класу, гімназія № 283, Київ, Україна; E-mail: mishaderkach7v@ukr.net

Ядро із додатковою сингулярністю

Г. С. Железняк, Ю. С. Мішура

Розглянемо лінійну модель з неперервним часом ([4])

$$X_t = \theta t + \sigma_1 B^{H_1}(t) + \sigma_2 B^{H_2}(t), \quad t \in [0, T],$$

де B^{H_1} та B^{H_2} – два незалежні дробові броунівські рухи з різними індексами Хюрста, що задовольняють умові $1/2 \leq H_1 < H_2 < 1, \sigma_1, \sigma_2 > 0$.

Основна задача полягає у знаходженні наближеної оцінки параметра $\theta \in \mathbb{R}$, яку було зведено до вивченої раніше ([3]) задачі пошуку наближеного розв'язку інтегрального рівняння Фредгольма другого роду на проміжку $[0, T]$ з ядром виду $K(t, s) = \frac{L(t, s)}{|t-s|^\alpha}$, $\alpha \in (0, 1)$, де чисельник $L(t, s)$ обмежений і неперервний м.н. відносно міри Лебега, але може мати точки розриву на $[0, T]^2$, тобто ядром із додатковою сингулярністю.

Застосовуючи добре відомі методи для таких ядер [1]-[2], було доведено теорему про наближення розв'язку інтегрального рівняння з ядром, що містить додаткову сингулярність та знайдено чисельними методами оцінку параметра $\theta \in \mathbb{R}$.

Список літератури

- [1] Atkinson, K. E. A survey of numerical methods for the solution of Fredholm integral equations of the second kind, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pa., 1976.
- [2] Babolian, E., Arzhang Hajikandi, A. The approximate solution of a class of Fredholm integral equations with a weakly singular kernel, *Comput. Appl. Math.* 235, 5 (2011), pp. 1148–1159.
- [3] V. Makogin, Y. Mishura, H. Zhelezniak, *Approximate solution of the integral equations involving kernel with additional singularity*, Stochastic and Infinite Dimensional Analysis, (2020).
- [4] Y. Mishura, I. Voronov, Construction of maximum likelihood estimator in the mixed fractional – fractional Brownian motion model with double long-range dependence, *Modern Stochastics: Theory and Applications*, 2 (2015) pp. 147–164.

Автори

Ганна Сергіївна Железняк — аспірант 3-го року навчання, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: hanna.zhelezniak@gmail.com

Юлія Степанівна Мішура — д.ф-м.н., професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: myus@univ.kiev.ua

The word and order problems in Hanoi Tower Groups

D. Zashkolnyi

The Tower of Hanoi is a well-known mathematical game. The classical variant of this game is played with n discs placed on three pegs. The objective of the game is to move all discs from one peg to another obeying certain simple rules. The minimal number of moves required to solve the game is $2^n - 1$.

In [1], it was shown that the Hanoi Tower game on k pegs can be modeled by a $\frac{k(k-1)}{2}$ -generated group, called the Hanoi Tower group H_k , acting on words over the alphabet $\Sigma_k = \{1, 2, \dots, k\}$. The action of generators corresponds to a single disk move between two pegs. Hence, each strategy of the game corresponds to a word in group generators.

We study the word problem in the group H_3 . The word problem is one of three classical decision problems for finitely generate groups. It is formulated as follows: *determine, given a word over group generators, whether it represents the identity element of the group.*

Since the Hanoi Tower groups are examples of so-called Automaton Groups, there is a common algorithm solving the word problem for them. We have proven that its complexity is $O(n \log n)$ in the worst case for the group H_3 and have found explicit elements that cause this case.

We also study the order problem in the groups H_3 and H_4 . This problem is formulated similarly: *determine, given a word over group generators, whether it represents an element of finite order.* We proved that the order problem is decidable in the group H_3 and designed the corresponding algorithm. We proposed an algorithm for solving the order problem in the group H_4 ; however, it remains an open problem whether it always stops. We also have explored different variations of this algorithm and found counterexamples for many of them. Furthermore, we have imple-

mented a fully-worked framework to work with Automaton Groups which you can find on <https://github.com/davendiy/automata-groups>

References

- [1] R.I. Grigorchuk, Z. Sunik, Asymptotic aspects of Schreier graphs and Hanoi Towers groups, C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 342 (2006), no. 8, 545–550., <https://arxiv.org/abs/math/0601592>
-

Authors

Davyd Zashkolnyi — 4-th year Bachelor's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: davendiy@gmail.com

Вивчення загальних властивостей та застосування ентропійної міри ризику

П. О. Зеленько, Ю. С. Мішура

Останнім часом була запропонована нова когерентна міра ризику, що називається ентропійною мірою ризику (Entropic value-at-risk, EVaR). Вона являє собою верхню границю як для вартості підданий ризику (Value-at-Risk, VaR) так і для умовної вартості підданий ризику (Conditional Value-at-Risk, CVaR). Для дійснозначної випадкової величини $Y \in L_0(\Omega, \mathcal{F}, P)$ зі скінченною твірною функцією моментів $m_Y(t) < \infty$ для деякого $t_0 > 0$ ентропійна міра ризику EVaR з довірчим рівнем $\alpha \in [0, 1]$ (або рівнем ризику $1 - \alpha$) визначається:

$$EVaR_\alpha(Y) := \inf_{t>0} t^{-1} \ln \frac{1}{1-\alpha} m_Y(t), \alpha \in [0, 1), \quad (1)$$

$$EVaR_1(Y) := \text{esssup} Y. \quad (2)$$

Основним завданням цієї роботи є вивчення певних основних властивостей цієї міри, а також дослідження поведінки цієї міри при використанні її для випадкових процесів. Наприклад для процесу Пуассона (N_t) з провідною мірою m та певних класів складного процесу Пуассона (Y_t) з провідною мірою m та розподілом стрибків $N(0, \sigma^2)$ були отримані наступні формули формули $\forall \alpha \in [0, 1]$:

$$EVaR_\alpha(N_t) = \frac{\beta}{W\left(\frac{\beta}{em((0,t])}\right)}, \quad (3)$$

$$EVaR_\alpha(Y_t) = \beta\sigma \sqrt{2W\left(\frac{\beta}{2\sqrt{em}((0,t])}\right) + 1}, \quad (4)$$

де $\beta = \ln \frac{1}{1-\alpha} - m((0,t])$, W – функція Ламберта.

Ця робота є актуальною, оскільки використання випадкових процесів в моделюванні фінансового ринку є дуже широким, а за допомогою вказаної міри, як зазначено в [1]–[3], можна розв'язати широкий клас стохастичних оптимізаційних задач, що не можливо було розв'язати за допомогою умовної вартості підданий ризику (Conditional Value-at-Risk). Крім того ця міра має перевагу в швидкості обрахун-

ку, а також у властивостях монотонності та когерентності.

Список літератури

- [1] Ahmadi-Javid, A. Entropic Value-at-Risk: A New Coherent Risk Measure. *J Optim Theory Appl* 155, 1105–1123 (2012). <https://doi.org/10.1007/s10957-011-9968-2>
- [2] Ahmadi-Javid, A., Pichler, A. An analytical study of norms and Banach spaces induced by the entropic value-at-risk. *Math Finan Econ* 11, 527–550 (2017). <https://doi.org/10.1007/s11579-017-0197-9>
- [3] Ahmadi-Javid, Amir, Fallah-Tafti, Malihe, 2019. "Portfolio optimization with entropic value-at-risk," *European Journal of Operational Research*, Elsevier, vol. 279, pages 225-241. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.02.007>

Автори

Петро Олександрович Зеленько — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: zelenko.peter369@gmail.com

Юлія Степанівна Мішура — д.ф.-м.н., професор, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: myus@univ.kiev.ua

Математичне моделювання величини регулятивного капіталу страхової компанії

В. П. Зубченко, Є. О. Скворцова

Після переходу небанківського сектору під регулювання Національного банку України перед українськими страховими компаніями стоїть задача щодо приведення своєї діяльності у відповідність вимогам Європейського союзу та Міжнародній асоціації органів страхового нагляду, головні принципи яких описанні у Директиві Solvency II. Тому метою роботи обрана побудова математичних моделей розрахунків основних ризиків страхових компаній, а також величини мінімального та регулятивного капіталу згідно вимог Директиви. Проаналізовано особливості впливу макроекономічних, демографічних та соціальних факторів на діяльність страхового ринку України, досліджено чутливість нормативного капіталу страхової компанії до вказаних чинників, запропоновано адаптовані актуарні методи розрахунку карти ризиків страхової компанії.

Автори

Володимир Петрович Зубченко — канд. фіз.-мат. наук, асистент кафедри теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: volodymyr.zubchenko@knu.ua

Єлизавета Олександрівна Скворцова — студентка 3-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: skvortsovaelizabeth@gmail.com

d-кратний метод складного ножа у тестах для гіпотез про квантілі сумішей зі змінними концентраціями

М. В. Кисляк

Головною задачею дослідника-статистика є побудова залежності та знаходження найбільш вірогідної моделі для опису процесу чи явища за наявними статистичними даними.

Модель суміші зі змінними концентраціями (СЗК) часто використовується у медичних, генетичних чи соціальних дослідженнях. Найкращі результати при проведенні статистичного аналізу отримують за наявності адекватної оцінки функції розподілу (щільності) ймовірностей. При дослідженні функції розподілу виникає задача знаходження квантилів та оцінки дисперсії. Зокрема, у СЗК виникає задача перевірки гіпотез про рівність квантилів.

В даній роботі розглядається техніка оцінки дисперсії за допомогою d-кратного методу складного ножа. Звичайний метод підстановки для оцінювання дисперсії вимагає великий обсяг вибірки. Тому однією із задач даної роботи є перевірка роботи тестів на малих обсягах вибірки.

Було побудовано тест для перевірки гіпотези про рівність інтерквартильних розмахів. Результати імітаційного моделювання показують, що номінальний рівень значущості забезпечується навіть при досить малих обсягах вибірки.

Список літератури

- [1] Shao J., Tu D. The Jackknife and Bootstrap.- Springer, NY, 1995, 516p.
 - [2] Майборода Р.Є., Сугакова О.В. Оцінювання та класифікація за спостереженнями із суміші.- ВПЦ Київський університет, Київ, 2008, 224с.
 - [3] Майборода Р.Є., Сугакова О.В. Тести для гіпотез про квантілі розподілів компонентів суміші. Теор. ймов. та мат. статист., Vol.101, Iss. pp. 157 - 168, - 2019
-

Автори

Кисляк Марина Володимирівна — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: marina.kisliak@gmail.com

Аналіз та прогноз даних з продажів методами параметричної та непараметричної регресії

О. Д. Колле

Дане дослідження побудоване на основі часового ряду, взятого із книги Шона Байзелла «Щоденник книгаря», в якій описується рік із життя найбільшої букіністичної книгарні в Шотландії, власником якої є автор. Кожен день року виокремлений у книзі розділом де зазначаються: дата, день тижня, кількість замовлень онлайн, скільки знайдено книжок, кількість відвідувачів та сума на касі наприкінці кожного дня. Метою дослідження є побудова моделі зміни розміру щоденного виторгу із часом для того, щоб оцінити наскільки продажі збільшились протягом фестивалю, який проводився у крамниці порівняно зі звичайними днями. У моделях враховується наявність сезонного тренду та зміни виторгу в залежності від дня тижня.

У першому розділі роботи побудовано дві параметричні регресійні моделі методом найменших квадратів. Моделі відрізняються між собою включенням/виключенням нульового члена регресії, але коефіцієнт детермінації у першій та у другій моделях відрізняється майже у двічі.

У другій частині роботи було побудовано непараметричну регресійну модель на основі оцінки Надарая-Ватсона. Оскільки спостерігаються дані, отримані під час буднів та під час субот, було помічено різницю у продажах в залежності від дня тижня. Для того, щоб описати цю залежність, формулу було модифіковано наступним чином:

$$\hat{g}(x, \lambda) = \frac{\sum_{j=1}^n (\lambda S_j + \bar{S}_j) Y_j K\left(\frac{x-X_j}{h}\right)}{\sum_{j=1}^n K\left(\frac{x-X_j}{h}\right)}$$

де S_j - індикатор суботи. Відповідно, $\bar{S}_j = 1 - S_j$, λ - множник, на який треба домножити функцію $g(X_j)$, щоб отримати прогноз суботнього дня.

Список літератури

- [1] Байзелл, Ш., Щоденник книгаря, Наш формат, Київ, 2019
 - [2] Hardle, W., Muller, M., Sperlich, S., Werwatz A. Nonparametric and Semiparametric Models, Springer Series in Statistics, 2004
-

Автори

Колле Олександра Дмитрівна — студентка 2-го курсу ОР Магістр, Кафедра Теорії ймовірностей, статистики та актуарної математики, Механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: Aleksandra.kolle@gmail.com

Застосування числових матриць для опису геометричних перетворень декартової площини

М. Д. Кондрашова, О. А. Печериця

Робота присвячена застосуванню числових матриць для опису геометричних перетворень декартової площини. Ідея дослідження з'явилась під час перегляду матеріалів посібника [5] і потребувала попереднього вивчення деяких понять і властивостей теорії матриць за підручниками [1], [2] та [3].

Одержані результати можна застосувати для встановлення, доведення або спростування властивостей площини, аналізу складних геометричних перетворень як композиції елементарних перетворень з відомими властивостями.

У першому розділі роботи розглянуто два способи запису геометричних перетворень площини за допомогою матричних рівнянь і з'ясовано загальний вигляд матриць переходу для таких елементарних перетворень декартової площини як поворот навколо початку координат, деформація вздовж координатної осі, симетрії, гомотетія і паралельне перенесення, зроблено деякі узагальнення.

У другому розділі досліджено питання збереження величини кута між прямими при лінійній деформації вздовж однієї з координатних осей, а також знаходження елементів остаточної матриці переходу для композиції декількох елементарних перетворень площини (на основі моделей з [4]); запропоновано узагальнення розглянутих задач, цікаві для подальших досліджень.

Список літератури

- [1] Васильченко І.П. Вища математика для економістів: Підручник. 2-ге вид., випр. Київ: Знання, 2004. 454 с.
 - [2] Завало С.Т. Курс алгебри. Київ: Вища школа, 1985. 503 с.
 - [3] Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учеб. для вузов. 12-е изд., испр. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 312 с.
 - [4] Мкртычев О.В. Теория механизмов и машин: Учебное пособие. Высшее образование: Бакалавриат. Москва: Издательский дом «Вузовский учебник», 2018. С. 501–507.
 - [5] Vesna Kadelburg, Ben Wolley, Paul Fennon and Stephen Ward. A Level Further Mathematics for OCR A. Pure Core Student Book 1 (AS/Year 1). Cambridge, Brighter Thinking, 2017. URL: <https://www.cambridge.org/9781316644386>
-

Автори

Мирослава Дмитрівна Кондрашова — учениця 10 класу, Український фізико-математичний ліцей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: myroslava.kondrashova@gmail.com

Олексій Анатолійович Печериця — вчитель математики, Український фізико-математичний ліцей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: pecheritsa.aleksey@gmail.com

Система контролю та попередження загрозливих станів при фібриляції предсердь

О. В. Крива

Захворювання органів кровообігу - основна причина смертності в усьому світі.

Особливо небезпечними можна вважати аритмії, зокрема персистуючу форму миготливої аритмії, яка виникає наподоби тригерного ефекту при сукупності певних факторів ризику.

При такому недугові в непрацюючих передсердях утворюються тромби, які при відновленні ритму можуть відірватись і викликати інсульт.

Виникає потреба в контролі факторів ризику виникнення загострення хвороби та прогнозування і попередження про їх загрозливий стан.

В роботі пропонується система попередження про загрозливі стани, що можуть привести до виникнення рецидиву фібриляції редсердя. Робота системи базується на створеному електронному пристрої, що може довготривало моніторити фактори ризику передавати на наш мобільний додаток та опрацьовувати за допомогою динамічної математичної моделі.

Розроблено авторський сенсор контролю стомленості серцевого м'яза, робота якого базується на контролі величини швидкості розповсюдження пульсової хвилі.

Зважаючи на невелику кратність рецидивів фібриляції предсердь запропоновано математичну модель прогнозування, яка базується на попередніх даних рецидивів хвороби користувача, а не групи хворих як було раніше. Таким чином суттєво зростає точність прогнозування, а отримані коефіцієнти дають змогу ступінь загроз виділити певним кольором.

Варто зазначити що подібна реалізація нашої системи повністю співпадає з світовою тенденцією персоналізації лікування органів кровообігу.

Список літератури

- [1] Жадан В.М., Іваницький І.В. і співавтори: Невідкладні стани в практиці сімейного лікаря. УДК: 616-083.89:614.25. Полтава-2015.
- [2] Целуйко В.И., Вашакидзе З.С. Выявление независимых предикторов рецидива мерцательной аритмии у больных с пароксизмальной и персистирующей формой фибрилляции предсердий. "Emergency medicine"4(35) 2011
- [3] Lomuscio A, Belletti S, Battezzati PM, Lombardi F. Efficacy of acupuncture in preventing atrial fibrillation recurrences after electrical cardioversion. J Cardiovasc Electrophysiol. 2011;22:241–247. [PubMed]

Автори

Ольга Вікторівна Крива – студентка 1-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: olhakryva1@gmail.com

Про стійкість деформацій алгебр Кунца-Тепліца

К. А. Крутой

В роботі вивчаються C^* -алгебри наступного вигляду

$$\mathcal{O}_n^q \cong C^*(\{s_i\}_{i=1}^n) \quad (1)$$

$$s_i^* s_j = \delta_{i,j} 1 + (1 - \delta_{i,j})(q_{i,j}) s_j s_i^*, \quad |q_{i,j}| < 1, \quad i \leq j \quad (2)$$

Кожній алгебрі такого вигляду можна природним чином поставити у відповідність зважений граф. Вершинам графа будуть відповідати елементи $\{s_i\}_{i=1}^n$. Якщо для двох вершин, відповідних елементам $s_i, s_j, i < j$, коефіцієнт $q_{i,j} \neq 0$, то існує ребро, що з'єднує ці вершини з вагою $q_{i,j}$, в протилежному випадку – ребро відсутнє.

Ми доведемо, що C^* -алгебри граф яких є дводольним, а ваги – довільні комплексні числа за модулем менші від одиниці ізоморфні алгебрі Кунца-Тепліца \mathcal{O}_n^0 з відповідною кількістю твірних.

References

- [1] Alexey Kuzmin, Vasyly Ostrovskiy, Danylo Proskurin, Roman Yakymiv. On q -tensor product of Cuntz algebras, 2019
- [2] Alexey Kuzmin, Pocheikai Nikolay. Faithfulness of the Fock representation of the C^* -algebra generated by $q_{i,j}$ -commuting isometries, 2018
- [3] Jorgensen P.E.T., Danylo Proskurin, Samoilenko Yurii S. On C^* -algebras generated by pairs of q -commuting isometries, 2005
- [4] Jorgensen P.E.T., Schmitt L. M., Werner R.F. Positive representations of general commutation relations allowing Wick ordering, 1995
- [5] Jorgensen P.E.T., Schmitt L. M., Werner R.F. q -canonical commutation relations and stability of the Cuntz algebra, 1994
- [6] Dykema Ken, Nica Alexandru. On the Fock representation of the q -commutation relations, 1993

Автори

Костянтин Анатолійович Крутой — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: k.krutoy.1386@gmail.com

Goodness-Of-Fit Test for Nonidentifiable Linear Measurement Error Model

A. Kukush, H. Navara

Consider a linear functional regression model with observed data:

$$y_i = \langle c, x_i \rangle + \varepsilon_i, \quad w_i = x_i + \delta_i, \quad (1)$$

$i = 1, \dots, n$, where x_1, \dots, x_n are nonrandom (and unknown) m -dimensional vectors of covariates; y_1, \dots, y_n are observable response variables; $c \in \mathbb{R}^m$ is an unknown vector of regression parameters; $\{\varepsilon_i, i = 1, \dots, n\}$ are i.i.d. random variables that represent both the measurement error of the dependent variable and an effect of the model misspecification, assume that they are centered with $\mathbb{E}\varepsilon_i^2 = \sigma_\varepsilon^2$; $\{\delta_i, i = 1, \dots, n\}$ are i.i.d. random vectors of measurement errors, assume that they are centered with $\text{Cov}(\delta_i) = \sigma_\delta^2 I_m$, and the two sequences are assumed mutually independent, where σ_ε^2 and σ_δ^2 are positive constants and I_m stands for the $m \times m$ identity matrix.

Our goal is to estimate the measurement error variance σ_ε^2 , based on observations $(y_1, w_1), \dots, (y_n, w_n)$, and check a hypothesis that its value does not exceed a fixed level. The variances σ_ε^2 and σ_δ^2 are assumed unknown and related as follows. The ratio $\lambda := \frac{\sigma_\delta}{\sigma_\varepsilon}$ is in the interval $[a, A]$, where a and A are known positive numbers.

Notice that a similar model was studied in [1]: at first, authors considered the covariance matrix of measurement errors to be known and then it was assumed that the latter was diagonal with known bounds for variances.

We test a one-sided compound null hypothesis

$$\mathbb{H}_0 : \quad \sigma_\varepsilon \leq \sigma_0 \quad (2)$$

vs. a one-sided compound alternative

$$\mathbb{H}_1 : \quad \sigma_\varepsilon > \sigma_0, \quad (3)$$

where $\sigma_0 > 0$ is a given value.

We formulate the decision rule for the hypothesis testing problem (2)–(3) and show that the test is consistent.

References

- [1] *Kukush A., Mandel I.*, Does Regression Approximate the Influence of the Covariates or Just Measurement Errors? A Model Validity Test. ArXiv:1911.07556, 2019.

Authors

Alexander Kukush — Professor, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: alexander_kukush@univ.kiev.ua

Дослідження середнього моменту склеювання неоднорідних випадкових блукань

О. Ф. Москанова

В даній роботі розглядається два випадкових блукання вигляду

$$X_n^{(l)} = \alpha X_{n-1}^{(l)} + W_{n-1}^{(l)}, \quad \alpha \in (0; 1], \quad n \in \mathbf{N}, \quad l \in \{1; 2\}$$

$$X_0^{(l)} \text{ – не випадкові, } W_n^{(1)} \sim N(0, \sigma^2), \quad W_n^{(2)} \sim N(0, \sigma_n^2)$$

Для компакту $C = [-a; a]$, $a > 0$ визначимо момент склеювання ланцюгів:

$$T_C = \min\{n > 0 : X_n^{(1)} \in C, X_n^{(2)} \in C\}$$

Метою дослідження є знаходження оцінки для математичного сподівання цієї величини. Робота охоплює два випадки: для $\alpha = 1$ було доведено, що момент склеювання не є інтегровним, тобто $E[T_C] = \infty$. Для $\alpha \in (0; 1)$ показано, що справедливим буде наступне співвідношення [1]:

$$E[T] \leq E[\tau_C^{(1)}] + E[\tau_C^{(2)}] + \frac{(\gamma^{-1} + 1)\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2}{\gamma},$$

де $E_x[\tau_C^{(l)}]$ – середній час досягнення компакту кожним з ланцюгів; $\gamma > 0$ – оцінка знизу для умовного розподілу моментів досягнення ланцюгами множини C , якщо вона була досягнута у відомий момент часу; $\hat{\mu}_{1,2}$ – відповідно перший та другий моменти стохастичної домінанти розподілу моментів досягнення C , побудованої на основі верхньої оцінки $E[\lambda^{-\tau_C^{(l)}}]$, $\lambda < 1$.

Список літератури

- [1] Golomoziy, V., Kartashov, M.: On the integrability of the coupling moment for time-inhomogeneous Markov chains. Theory Probab. Math. Stat. 89, 1–12 (2014) MR3235170. <https://doi.org/10.1090/S0094-9000-2015-00930-3>
- [2] Golomoziy, V.: An inequality for the coupling moment in the case of two inhomogeneous Markov chains. Theory Probab. Math. Stat. 90, 43–56 (2015)
- [3] Golomoziy, V.: Computable bounds of exponential moments of simultaneous hitting time for two time-inhomogeneous atomic Markov chains. Proceedings of The International Conference on Stochastic Processes and Algebraic Structures, In Print (2021)

Автор

Ольга Федорівна Москанова — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: olyushkam@gmail.com

Осесиметричні, вільні коливання всередині круга

В. М. Пригодюк

В роботі розглядається задача про вільні коливання всередині круга, яка в декартових координатах має вигляд [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \Delta u &= 0, \quad x^2 + y^2 = r_0^2, \quad t > 0 \\ u|_{t=0} &= u_0(x, y), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = v_0(x, y), \quad x^2 + y^2 \leq r_0^2, \\ u|_{x^2+y^2=r_0^2} &= 0, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

Основною метою є побудова класичного розв'язку задачі (1), а також з'ясування умов, за яких цей розв'язок існує. У процесі відшукування розв'язку спочатку застосовувався перехід до полярних координат. При переході отримуємо рівняння другого порядку з однією крайовою умовою, отже, з'являється потреба у введенні додаткової крайової умови. В результаті задача (1) перепишеться у вигляді (2)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{a^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) &= 0 \\ u|_{t=0} &= U_0(r), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = V_0(r), \quad 0 < r \leq r_0, \\ u|_{r=r_0} &= 0, \quad t \geq 0, \\ |u|_{r \rightarrow 0+} &< \infty, \quad t \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

Внаслідок осесиметричності вихідна задача не залежить від φ , а отже й розв'язок буде функцією двох змінних $u(r, t)$ та не залежатиме від кута. Для задачі (2) шукаємо розв'язок методом Фур'є. В ході побудови розв'язку задачі (2) приходимо до сингулярної задачі Штурма-Ліувілля, для розв'язання якої використовуємо функції Бесселя першого та другого роду [2]. Для строгості показуємо, що формальний розв'язок одержаний методом Фур'є за певних умов є також класичним розв'язком задачі (2).

Список літератури

- [1] Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. — 712 с.
- [2] Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1963. – 358 с.

Автор

Валентина Михайлівна Пригодюк — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: shevacharmeleon@gmail.com

Система бонус-малус в автомобільному страхуванні

Д. В. Проніна

Система бонус-малус - важлива гілка страхування non-life, що надає змогу більш обачним водіяма сплачувати менше, а частих винуватців ДТП зобов'язує платити понаднормові страхові внески. В деяких країнах ця система є лідером по кількості зібраних страхових премій, що показує вагомість її вкладу в економіку. Саме тому дана робота є актуальною, бо дає змогу оцінити якість нашої системи, звернути увагу на недоліки.

В даній роботі був проведений порівняльний аналіз української системи бонус-малус по відношенню до тридцяти систем інших країн. Для цього в ході роботи обраховані 4 показники, описані у книзі Жана Лемера. Як показали дослідження Лемера, більшість систем бонус-малус стають стаціонарними за 30 років. Тому саме такий проміжок часу був взятий для моделювання з використанням ланцюгів Маркова. Для опису системи використовується наступна перехідна матриця:

$$M(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(\lambda) T_k,$$

де T_k - перехідні правила, взяті з Закону України, $p_k(\lambda)$ - імовірності того, що страхувальник з частотою страхових випадків λ буде винен у k страхових випадках протягом року, вважаючи, що кількість страхових випадків має розподіл Пуассона.

З проведених розрахунків видно, що українська система є досить непоганою і впевнено тримається на середніх позиціях у рейтингах, в той же час будучи однією зі складних систем, на відміну від країн-лідерів рейтингу.

Список літератури

- [1] Jean Lemaire - Bonus-Malus Systems in Automobile Insurance, 1998. — 270 с.
 - [2] Ямненко Р. Матеріали курсу статистичні методи в ризиковому страхуванні, 2013. - 153 с
 - [3] Закон України «Про обов'язкове страхування цивільно-правової відповідальності власників наземних транспортних засобів» від 01.07.2005 р. с.8 // www.rada.gov.ua
-

Автори

Проніна Дар'я Василівна — студентка 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: Dasha0506@ukr.net

Вписаний еліпс Штейнера

О. Д. Приходько, Є. О. Рарова

Для даного трикутника існує лише один вписаний еліпс, у якого точками дотику є середини сторін трикутника. Дана фігура називається вписаним еліпсом Штейнера та має ряд цікавих особливостей [1]. У роботі представлені систематизовані та доповнені теоретичні дані про цей вид еліпсів. У результаті дослідження було виявлено багато важливих властивостей вписаного еліпса Штейнера, які поділено на 3 розділи: основні властивості, метричні співвідношення та властивості площ. В основних властивостях сформульовано та доведено теореми про існування та єдиність вписаного еліпса Штейнера; положення та довжини його осей і відстань

між фокусами для рівнобедреного трикутника. Другий розділ містить теореми про співвідношення між радіусами, хордами вписаного еліпса Штейнера і сторонами трикутника; поділ сторін трикутника дотичною, проведеною до вписаного еліпса Штейнера. У третьому розділі описані різні випадки співвідношень площ у трикутнику з вписаним еліпсом Штейнера. Актуальність теми, новизна отриманих результатів та практичне використання теорем показано в авторських задачах, які можуть бути використані на факультативних заняттях, олімпіадах та турнірах, а також стануть у нагоді в різних прикладних сферах діяльності.

Список літератури

- [1] Яглом И.М., Ашкингузе В.Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. – М.: Учпедгиз, 1962. – 245 с. – с. 98.
-

Автори

Ольга Дмитрівна Приходько — вчитель математики, Український фізико-математичний лицей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: prykhodkood@gmail.com

Єва Олегівна Рарова — учениця 11 класу, Український фізико-математичний лицей Київського національного університету імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ewaewastralia@gmail.com

Аналог елементарної теореми відновлення на ранніх та проміжних рівнях ітерованих збурених випадкових блукань

Б. С. Рашитов

Доповідь базується на результатах статті [1], у якій започатковано розвинення теорії відновлення для ітерованих збурених випадкових блукань.

Нехай $(\xi_i, \eta_i)_{i \in \mathbb{N}} \in \mathbb{N}$ є незалежними копіями випадкового вектору (ξ, η) з м.н. додатними компонентами. Позначимо через $(S_i)_{i \geq 0}$ затримане в нулі стандартне випадкове блукання з кроками $(\xi_i)_{i \in \mathbb{N}}$. Визначимо

$$T_i := S_{i-1} + \eta_i, \quad i \in \mathbb{N}.$$

Послідовність $T := (T_i)_{i \in \mathbb{N}}$ будемо називати *збуреним випадковим блуканням*.

Побудуємо гіллястий процес, що породжений за допомогою T . Нехай у момент часу 0 є початковий предок деякої популяції. У моменти часу, що задаються елементами послідовності T , предок народжує індивідуумів першого покоління. Індивідууми першого покоління народжують індивідуумів другого покоління, при чому різниці між моментами народження індивідуумів другого покоління та моментами народження їхніх батьків є незалежними копіями T . Індивідууми другого покоління народжують індивідуумів третього і так далі.

Для $t \geq 0$ та $j \in \mathbb{N}$ позначимо через $T^{(j)}$ та $N_j(t)$ деяку послідовність, членами якої є моменти народження всіх індивідуумів у j -тому поколінні, та кількість індивідуумів з моментами народження $\leq t$ у j -тому поколінні відповідно. Покладемо $V_j(t) := \mathbb{E}N_j(t)$. Послідовність $T^{(j)}$ та процес N_j є природними узагальненнями збуреного випадкового блукання T та лічильного процесу N .

Будемо називати j -е покоління *раннім*, *проміжним* або *пізнім* залежно від того, чи j є фіксованим, $j = j(t) \rightarrow \infty$ та $j(t) = o(t)$, $t \rightarrow \infty$, або $j = j(t) = O(t)$, $t \rightarrow \infty$. Ми доведемо, що інших поколінь немає. Наступний результат стосується ранніх та «проміжних ранніх» поколінь (в цьому випадку $j(t) = o(t^{\frac{1}{2}})$, $t \rightarrow \infty$).

Теорема 1. Припустимо, що $m = \mathbb{E}\xi \in (0, \infty)$ та для деякого $r \in (1, 2]$ або $\mathbb{E}\xi^r$, або $\mathbb{P}\{\xi > t\} \sim t^{-r}$, а також $\mathbb{E}(\eta \wedge t) = O(t^{2-r})$, $t \rightarrow \infty$. Нехай $j = j(t)$ – будь-яка цілочисельна функція, для якої $j(t) = o(t^{\frac{r-1}{2}})$, $t \rightarrow \infty$. Тоді $V_j(t) \sim \frac{t^j}{m^j j!}$, $t \rightarrow \infty$.

Список літератури

- [1] V. Bohun, A. Iksanov, A. Marynych, B. Rashytov (2020). *Renewal theory for iterated perturbed random walks on a general branching process tree: intermediate generations*. Preprint available at <https://arxiv.org/abs/2012.03341>.

Автори

Рашитов Богдан Сергійович — аспірант 3-го року навчання, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mr.rashytov@gmail.com

Спіральне перетворення з довільним коефіцієнтом частково правильних багатокутників

А. О. Рудик

Застосування геометричних перетворень є провідною ідеєю сучасної математики. З їх допомогою доводяться геометричні теореми, розв'язують задачі на побудову, будують графіки функцій.

В роботі [2] спіральним перетворенням багатокутника $A_1 A_2 \dots A_n$ названо таке перетворення, при якому образ вершини A_j багатокутника центрально симетричний сусідній вершині A_{j-1} відносно вершини A_j (вершини нумерують у порядку обходу проти годинникової стрілки).

В даній роботі застосовано означення спірального перетворення з довільним дійсним коефіцієнтом $k \neq 0$: образом багатокутника $A_1 A_2 \dots A_n$ є багатокутник $B_1 B_2 \dots B_n$, для якого $\overline{A_{k+1} A_k} = -k \overline{A_{k+1} B_k}$, $k = 1, 2, \dots, n-1$. Тоді спіральне перетворення, застосоване у роботах [1], [2] є частинним випадком спірального перетворення з довільним коефіцієнтом при $k = 1$.

В роботі сформульовано ряд тверджень щодо спірального перетворення з довільним коефіцієнтом напівправильних рівносторонніх і рівнокутних, а також опуклих на чверть правильних багатокутників. Досліджено характер спіралі, доведено, що вона є логарифмічною.

Список літератури

- [1] Басюк Д.К. 1/4-правильні багатокутники // Матеріали XVII Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Шевченківська весна — 2019», квітень 2019 року, Київ, Україна. — С.7.
- [2] Корольова Л.В. Спіральне перетворення правильних багатокутників // Конкурс науково-технічних проектів учнів Intel-ТЕХНО Україна 2015-2016. Тези робіт. Категорія «Математика». — К: НТУУ «КПІ», 2015. — С. 202-203.

Автор

Андрій Олександрович Рудик — учень 9-го класу, гімназія № 283, Київ, Україна; E-mail: rudykob@gmail.com

Подвійні операторні інтеграли Стільєса

М. В. Сердюк

В роботі вивчаються подвійні операторні інтеграли Стільєса

$$\int_{[a,b]^2} K(\lambda, \mu) dE(\lambda, \mu), \quad (1)$$

де E спектральна міра нормального оператора в гільбертовому просторі H , K операторнозначна функція, значеннями якої є обмежені оператори в H . Отримано нові умови існування подвійного операторного інтеграла (1), що істотно підсилюють результати С. Альберверіо та О. Мотовілова [1].

Список літератури

- [1] S. Albeverio, A.K. Motovilov, Operator Stieltjes integrals with respect to a spectral measure and solutions of some operator equations, *Trans. Moscow Math. Soc.*, Vol. 72, No. 1 (2011), P. 45-77.

Автори

Марія Вікторівна Сердюк — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mariemgnta@gmail.com

Forecasting COVID-19 confirmed cases in Ukraine

J. Stepanenko

Coronavirus is a disease that has already affected millions of people. Forecasting the number of newly infected people by day helps in solving a lot of problems such as estimating the number of free hospital beds needed for a certain day or estimating how limiting actions such as a lockdown would affect the behavior of the disease. The goal of this research is to create a reliable forecast for a certain time ahead that would be the closest to the data provided by the countries' officials.

The first step is to research and use the standard SIR model for epidemics[1]. Official statistical data was applied to the model and inaccurate results were obtained. Some reasons why the classic SIR method is not applicable to this research are:

- The officially published data does not represent the actual data because of the poor testing quantity and quality. This model would have been working precisely if the actual statistical information was known. It might also be possible that the forecast obtained in the SIR model shows the actual numbers or ones close to them.

- It is obvious that there are specific patterns of data reporting, that differ between weekdays and weekends periodically (period/season of 7 days). The number of infected people is lowering at the beginning of the week and is getting higher as it is getting close to the middle of the week. The SIR model is not capable of considering such factors and can be used as a smoothing and trendsetting model. This leads to the conclusion that this model in its classic and unmodified state cannot be used to create short-term forecasts of reported data.

The second step is the research and usage of other possible (statistical) forecasting methods, comparing the outcome to the ultimate goal. Holt-Winters method was selected[2]. Triple exponential smoothing by Holt-Winters relies on previous data to track seasonality and changes there. A seasonality factor of 7 days has been used -

taken up to 6 weeks before the date of the first forecast. The method has been used and showed accurate results that satisfied the aim of the research. RMSE (Root-Mean-Squared-Error) is in the range of 3-15%. This methodology works for a more or less continuing trend and if it is changing rapidly, more adaptations are to be made.

The final step is the creation of a web-portal for displaying the results of the research. It is hosted at <https://covid19-info.github.io/covid/>. Forecasts for different regions can be found there. Inside the forecast page itself, the given graph can be modified by the user by setting the starting point of the forecast, the number of days to use and rely on, and the number of days to forecast for.

References

- [1] David Smith and Lang Moore. The SIR Model for Spread of Disease. Convergence, December 2004
- [2] Hyndman, R.J., Athanasopoulos, G. Forecasting: principles and practice, 2nd edition, OTexts: Melbourne, Australia, 2018.

Authors

Julia Stepanenko — 11th grade student, Lyceum 100 "Podil" Kyiv, Ukraine; E-mail: julia.v.stepanenko@gmail.com

Оцінка Серре максимальної кількості раціональних точок гіперплощини над скінченними полями

К. О. Степанова

Ми розглядаємо проблему визначення максимальної кількості точок гіперплощини та її практичне застосування в теорії кодування.

Нехай $d \leq q$, P - однорідний многочлен степеня d від $n + 1$ змінної з коефіцієнтами в \mathbb{F}_q , який допускає оцінку Серре [1] у випадку рівності

$$N_P = dq^{n-1} + p_{n-2},$$

де N_P - кількість нулів P у $\mathbf{P}(\mathbb{F}_q)$, $p_n = q^n + q^{n-1} + \dots + 1$. Тоді мінімальна відстань коду Ріда-Мюллера дорівнює

$$\Delta = (q + 1 - d)q^{n-1}.$$

Список літератури

- [1] S. Vinatier, Borne de Serre et codes de Reed-Muller projectifs, *Mathematiques actuelles*, Universite de Limoges , 2008-09 , P. 1-10.

Автори

Катерина Олександрівна Степанова — студентка 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: kate.sky.step@gmail.com

нівської похибок у регресорі:

$$y = \mu_y + \beta_1(\xi - \mu) + \varepsilon, \quad w = x + \delta, \quad \xi = x + u, \quad (1)$$

де спостерігаються відгук y та сурогатна змінна w , ξ та x – неспостережувані приховані змінні, ε – похибка у відгуку, δ – класична похибка вимірювання, u – похибка Берксона (див. [1] щодо подібних моделей).

На модель накладаються наступні обмеження: (i) випадкові величини x , ε , δ та u незалежні; (ii) ε , δ та u мають нульові математичні сподівання та скінченні дисперсії, x має скінченну додатну дисперсію; (iii) дисперсії δ та u додатні та відомі, при цьому інші параметри моделі β_1 , μ , μ_y , σ_ε^2 , σ_x^2 невідомі; (iv) x , δ , u та ε мають нульову скошеність, тобто мають нульові центровані треті моменти; (v) $\sigma_\varepsilon^2 > 0$, $E\varepsilon^4 < \infty$ та розподіл ε не зосереджений у двох точках.

Розглядаються n незалежних копій моделі (1):

$$y_i = \mu_y + \beta_1(\xi_i - \mu) + \varepsilon_i, \quad w_i = x_i + \delta_i, \quad \xi_i = x_i + u_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

та спостерігаються пари (y_i, w_i) , $i = 1, \dots, n$. Розглядаємо невідомий параметр $\theta = (\mu, \mu_y, \sigma_w^2, \beta_1, \sigma_\varepsilon^2)^\top$ та його строго консистентну за умов (i)-(iii) оцінку:

$$\hat{\theta} = (\bar{w}, \bar{y}, S_{ww}, \frac{S_{wy}}{S_{ww} - \sigma_\delta^2}, S_{yy} - \frac{S_{wy}^2(S_{ww} - \sigma_\delta^2 + \sigma_u^2)}{(S_{ww} - \sigma_\delta^2)^2})^\top. \quad (3)$$

Тоді за умов (i)-(iv) вираз (3) буде асимптотично нормальною оцінкою з невідомою асимптотичною коваріаційною матрицею. За додаткової умови (v) групи оцінок $(\hat{\mu}, \hat{\mu}_y)$ та $(\hat{\sigma}_w^2, \hat{\beta}_1, \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$ будуть асимптотично незалежні. Це дозволяє побудувати довірчий еліпсоїд для параметра θ у вигляді декартового добутку довірчих еліпсоїдів для відповідних груп.

Список літератури

- [1] Масюк С. В., Кукуш О. Г., Шкляр С. В., Чепурний М. І., Ліхтарьов І. А. Моделі регресії з похибками вимірювання та їх застосування до оцінювання радіаційних ризиків – Київ: ДІА, 2015. – 288 с.

Автори

Яковлев Микита Сергійович – аспірант, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: mykyta.yakovliev@gmail.com

Секція «Прикладна математика, комп'ютерні науки, інженерія програмного забезпечення, системний аналіз»

Application of Stochastic Discrete Age-of-Infection Epidemic Model for Lengthy Epidemic Forecasting

O. Bogdanov

Today the problem of epidemic development is important due to the COVID-19 worldwide pandemic. In order to forecast the future number of new cases, suitable epidemic models that account for the long duration and change in the dynamics of the pandemic need to be developed. This would allow to estimate the future effect of the introduction of quarantine measures, or whether the vaccination of a limited number of people would cause a significant change.

The presented model is based on the work [1], which describes a stochastic epidemic model with discrete time and variable infectivity based on the age of infection. In this model the daily number of new cases follows the binomial distribution with one of its parameters depending on the number of cases in previous days. Such model has a number of advantages:

1. It takes into account the change of the infectivity rate from the moment of infection to the recovery or death.
2. The model is stochastic, which corresponds to the real nature of the pathogen transmission.
3. The model is easy to use, with known formula for the maximum likelihood estimation of the parameter R_0 (basic reproduction number).

In this report an expanded version of the model is presented:

1. The detection rate DR is introduced as an additional parameter. In the real scenarios some cases remain undetected either due to incomplete monitoring of the population or imperfect tests, and the model accounts for that.
2. It is now possible to split the duration of the epidemic into several periods with different sets of parameters on each period. For example, this allows to account for the changes in the rate of transmission with the introduction or removal of quarantine measures.

In addition, a program was developed that allows to estimate the parameters R_0 and DR and simulate the development of the epidemic using existing statistic.

References

- [1] Katriel G. Stochastic discrete-time age-of-infection epidemic models. – Int. J. Biomath., 2013, vol. 6, no. 1, 1250066. doi: 10.1142/S1793524512500660.

Authors

Oleksandr Bogdanov — PhD student, V.M.Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine; E-mail: wolfiksw@gmail.com

Applying calibrations for agent-based simulations of economies in distress

P. Vavryk

The the outbreak of COVID-19 has had a dramatic impact on economies around the

world. Many people have lost their jobs or were put on reduced wages. In the United States alone millions of workers were requesting unemployment insurance [1].

In order to better understand the changes of economy and predict future dynamics of unemployment we designed an agent-based simulation of a small island economy. The simulations represent households' and businesses' economic decision making with a weekly time step. Households decide on weekly spending; businesses on desired employment levels. These decisions are influenced by scripts describing visitor streams, and scenario-dependent government programs and interventions, such as quarantines, mobility restrictions and payroll protection programs.

To align the results of the simulations with real-life data, we devised a rigorous calibration process. At its core is Evolution Strategies algorithm, which performs a search over values of parameters used in the simulation to minimize the difference between output and real-life data. We picked First-time claims and Paid claims as targets for calibrations process. Figure 1 and Figure 2 present alignment between weekly simulated and real-life statistics after calibration.

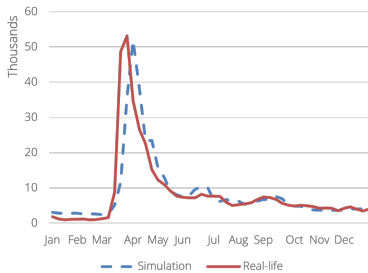


Figure 1. First-time claims

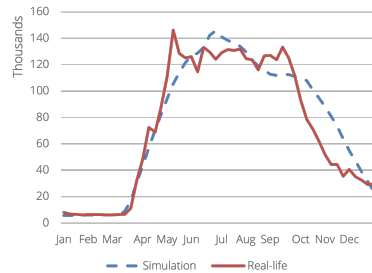


Figure 2. Paid claims

References

- [1] U.S. Department of Labor, Unemployment insurance weekly claims, <https://www.dol.gov/ui/data.pdf>

Authors

Petro Vavryk — 2nd year PhD student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: petro.vavryk@knu.ua

Оцінювання в нелінійних моделях поширення інфекційних захворювань (на прикладі пандемії COVID-19 в Чехії)

І. В. Вергунова

Широке розповсюдження коронавірусу COVID-19 привернуло увагу всього світу. Пандемія стала важливою практичною задачею, яку можна проаналізувати у напрямку швидкості поширення вірусу та розробки стратегій із зменшення наслідків. Метою роботи стало створення математичного та програмного забезпечення

для моделювання процесу поширення інфекційних захворювань, отримання оцінок невідомих параметрів системи за допомогою фільтра Калмана-Бюсі та прогнозних оцінок динамічних процесів. Було обрано модель SIR із параметрами смертності та народжуваності з огляду на доступність даних, що потрібні для її використання, та оптимальний рівень складності. Вона дозволяє спостерігати динаміку кількості сприйнятливих до захворювання $S(t)$, кількості інфікованих $I(t)$, кількості осіб, що одужали, $R(t)$, динаміку смертності від ускладнень інфекційного захворювання $M(t)$, $t \in (0, T)$ та має вигляд:

$$\begin{cases} \dot{S}(t) = -\alpha(t)S(t)I(t) - \mu_1(t)S(t) + \gamma(t), \\ \dot{I}(t) = \alpha(t)S(t)I(t) - \beta(t)I(t) - \mu_2(t)I(t), \\ \dot{R}(t) = \beta(t)I(t) - \mu_3(t)R(t), \\ \dot{M}(t) = \mu_2(t)I(t), \end{cases} \quad t \in (0, T), \quad (1)$$

де $\alpha(t)$, $\beta(t)$ — параметр інтенсивності інфікування, одужання, $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$, $\mu_3(t)$, $\gamma(t)$ — параметри рівня смертності у 3 групах та народжуваності. Для часового проміжку з 1 вересня 2020 року по 3 січня 2021 року було змодельовано та візуалізовано процес поширення вірусу на території Чехії. Порівняння динаміки оцінок та загальної поведінки вірусу дозволило зробити висновок про валідність використаного математичного апарату.

Список літератури

- [1] Kermack W.O., McKendrick A.G. A Contribution to the Mathematical Theory Of Epidemics. Proceedings of the Royal Society of London. 1927. Series A, vol. 115, no. 772.
- [2] Наконечний О.Г. Оцінювання параметрів в умовах невизначеності. Наукові записки Київського національного університету, факультет кібернетики. 2004. Т.VII. С. 102–111.

Автори

Ірина Вікторівна Вергунова — студентка 3-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: i_verg@outlook.com

Few-shot learning for online large scale fine-grained image recognition

M. Holubakha

In this work, we examined the problem of online large scale fine-grained image recognition in the example of recognizing retail products on shelf images. Online image recognition is a very important problem which is used for solving a large amount of practical tasks like shelf product recognition to optimize retail experience, clothing recognition and part recognition for quality control and inventory management.

Online recognition is also called open-set recognition and implies the problem setting where the set of classes of the test data differs from the training data set and may vary or change over time: classes can be added and removed, new samples of existing classes can be added as well.

This implies that the following problems need to be solved: Out-of-Distribution Detection, Few/Zero-Shot Classification and Class Discovery.

We have used the metric learning approach to create image embeddings to solve the task. We have employed and evaluated the performance of a few methods to develop the

feature extractor: transfer learning (for example, employing pre-trained SimCLR), contrastive learning methods (like Triplet networks with multiple losses), and autoencoder method (like S-VAE).

The extracted embeddings would then be used as input for Out-of-Distribution and Class Discovery systems.

An example approach we examined is to use the boundaries of the manifold generated by the class samples in the latent space[1]. Out-of-Distribution samples would then be examined by the Class Discovery system to semi-automatically create new classes, which would then be added to the dataset.

For the final classification task, we examined both supervised methods (applying simple MLP classifiers to the embeddings of In-Distribution samples) and retrieval approaches (nearest-neighbour classification, where all the samples are stored in a data structure optimized for nearest neighbor retrieval).

References

- [1] Chen X., Lan X., Sun F., Zheng N. (2020) A Boundary Based Out-of-Distribution Classifier for Generalized Zero-Shot Learning. In: Vedaldi A., Bischof H., Brox T., Frahm J.M. (eds) Computer Vision – ECCV 2020. Lecture Notes in Computer Science, vol 12369. Springer, Cham.

Authors

Mykyta Holubakha — 2nd year Master student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: hilobakho@gmail.com

Topological invariants of 3-manifolds with boundary

Luca Di Beo

This paper presents the handle decompositions (Heegard diagrams), fundamental group and homology group of 3-manifolds, including some knot complements (hence when the word manifold appears it is implicit that its dimension is 3, except when explicitly generalized for n dimensions). The results were obtained for: 3-torus ($T^3 = S^1 \times S^1 \times S^1$), projective space P^3 , trefoil (3_1), figure-eight (4_1), cinquefoil (5_1) and three-twist (5_2).

References

- [1] Carter, J. Scott. Classical Knot Theory. University of South Alabama, Department of Mathematics and Statistics. 2012
- [2] Grove, Larry C. (2012), Theorem 1.11 (The Fundamental Homomorphism Theorem), Algebra, Dover Books on Mathematics, Courier Corporation, p. 11, ISBN 9780486142135.
- [3] Matsumoto, Yukio. An Introduction to Morse Theory. American Mathematical Soc., 2002.
- [4] Fomenko, and Matveev. Algorithmic and Computer Methods for Three-Manifolds. Springer Science Business Media, 2013.
- [5] Fomenko, Anatoly, and Dmitry Fuchs. Homotopical Topology. Springer, 2016, p.79

Authors

Luca Di Beo — 1st year Master's student, Faculty of Mechanics and Mathematics, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: dibeoluca@gmail.com

Аналіз структури зображень документів засобами глибоких нейронних мереж

Д. Ю. Захарчук

Задача розпізнавання зображень сканованих документів з метою виявлення структурних частин документа полягає у виявленні (локалізації) певних наперед визначених елементів структури документа та їх подальшій сегментації. Актуальність роботи полягає у зростанні потреби видобування інформації із зображень з метою її збору, кластеризації та швидкого редагування. Процес аналізу структури та розмітки документа визначається як декомпозиція зображення на складові компоненти для розуміння їх функціональних зв'язків та залежностей. [1] Аналіз розмітки – це декомпозиція зображення документа в ієрархію гомогенних регіонів, таких як: текстові блоки, текстові лінії, фігури. Алгоритми аналізу розмітки діляться на два загальні підходи: висхідний (Bottom-up approach) та низхідний (Top-down approach). Відповідно, bottom-up підхід з маленьких зв'язних регіонів вибудовує більші гомогенні регіони, top-down підхід – єдине зображення поділяється на менші, логічно пов'язані між собою частини, що у підсумку формують даний регіон. Прикладом висхідного методу є алгоритм Docstrum [2]. Прикладом низхідного методу є алгоритм X-Y Cut [3]. Розвиток методів глибокого навчання та комп'ютерного зору розширив можливості візуального розпізнавання структурних елементів документа на зображенні.

У даній роботі розглядається задача диференційованої сегментації зображень (instance segmentation) для основних класів структурної розмітки документа: текстовий блок, заголовок, список, таблиця, ілюстрація. Кожен такий об'єкт потрібно локалізувати на зображенні, правильно класифікувати його до одного з вищеперелічених класів структурної розмітки та коректно відрізнити об'єкти, що належать одному і тому ж класу.

У роботі здійснено експерименти навчання двох моделей глибоких нейронних мереж на частині набору даних (датасету) PubLayNet[4]. Результати подано у таблиці.

Назва моделі	mAP@IoU[0.5:0.95] [5] [6]
Mask R-CNN [7]	0.651
YOLOv5 [8]	0.909

Низький результат Mask R-CNN обумовлений двома основними причинами: обмеження кількості даних для навчання та недостатня кількість епох в процесі навчання. Рекомендується збільшити вибірку даних та провести навчання моделі з більшою кількістю епох. Модель YOLOv5 менше адаптована до дрібних об'єктів на зображенні, таких як заголовки абзаців. Наприклад, об'єкти площею менше ніж 23x23 пікселі автоматично потраплять до класу False Negative, що також негативно впливає на результат.

Список літератури

- [1] Namboodiri, Anoop & Jain, Anil. (2007). Document Structure and Layout Analysis. 10.1007/978-1-84628-726-8_2

- [2] O’Gorman, L.: The Document Spectrum for Page Layout Analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (1993), 1162–1173.
- [3] G. Nagy, S. Seth, and M. Viswanathan, A Prototype Document Image Analysis System for Technical Journals, *Computer*, vol. 25, pp. 10-22, 1992.
- [4] Zhong, Xu & Tang, Jianbin & Jimeno-Yepes, Antonio. (2019). PubLayNet: Largest Dataset Ever for Document Layout Analysis. 10.1109/ICDAR.2019.00166.
- [5] Rezatofighi, Hamid & Tsoi, Nathan & Gwak, JunYoung & Sadeghian, Amir & Reid, Ian & Savarese, Silvio. (2019). Generalized Intersection Over Union: A Metric and a Loss for Bounding Box Regression. 658-666. 10.1109/CVPR.2019.00075.
- [6] K. Horak: mAP for object detection. Brno University of Technology / Czech Technical University in Prague, http://2nhojg2.257.cz/STU/lectures/KH_MachineLearning_mAP.pdf
- [7] K. He, G. Gkioxari, P. Dollár, and R. Girshick, “Mask R-CNN,” in *Proceedings of ICCV*, 2017, pp. 2961–2969
- [8] G. J. et al., “ultralytics/yolov5: v4.0,” Jan. 2021. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3908559>

Автори

Дмитро Юрійович Захарчук — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп’ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: 1d.zakharchuk@gmail.com

Спеціальні цифрові підписи на основі криптосистеми Пайє

В. М. Зінькова, С. В. Яковлев

Дослідницьку роботу присвячено аналізу структури та стійкості спеціалізованих цифрових підписів на основі криптосистем Пайє [1] та Окамото-Утіями [2]. Метою роботи є побудова та аналіз стійкості спеціалізованих цифрових підписів на основі степеневих лишків за складеним модулем.

Стійкість криптосистеми Пайє (яка включає як схему шифрування, так і схему цифрового підпису) та схеми шифрування Окамото-Утіями, яка є одним з попередників криптосистеми Пайє, базується на складності факторизації цілого числа та використанні лишків степеня n за модулем n . Утім, в опублікованих джерелах майже не досліджуються схеми спеціалізованих цифрових підписів на основі зазначених криптосистем.

У даній роботі було запропоновано схему цифрового підпису Окамото-Утіями (за аналогією до схеми цифрового підпису Пайє). Для обох схем цифрового підпису, які розглядалися, була сформульована та доведена властивість рандомізації, яка дозволяє генерувати різні цифрові підписи під однаковими повідомленнями із додаванням випадкових параметрів.

Побудовано схеми сліпого цифрового підпису для криптосистем Окамото-Утіями та Пайє. Запропоновані схеми мають криптографічні властивості, аналогічні до властивостей відомої схеми сліпого підпису на основі криптосистеми RSA [3], та не поступаються останній у стійкості.

Досліджено побудову множинного цифрового підпису [4] для криптосистем Окамото-Утіями та Пайє. Показано, що через особливості генерування індивідуальних та колективних ключів побудова схеми множинного підпису є неможливою без втрат стійкості схеми.

Крім цього, побудовано три різних класи екзистенційних підробок на схемі цифрового підпису, які розглядалися. Існування таких уразливостей необхідно враховувати при практичному використанні даних схем цифрового підпису.

Отримані результати можуть бути використані для аналізу існуючих схем цифрового підпису, включаючи діючі стандарти, та для розробки нових криптографічно стійких систем.

Список літератури

- [1] Pascal Paillier. Public-Key Cryptosystems Based on Composite Degree Residuosity Classes // GEMPLUS. – 1999. 29-31 С.
 - [2] Tatsuaki Okamoto, Shigenori Uchiyama. A New Public-Key Cryptosystem as Secure as Factoring // NTT Laboratories. - 1998. 3-7 С.
 - [3] Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone Handbook of applied cryptography. 1996. 475 с.
 - [4] Dan Boneh, Craig Gentry, Ben Lynn, and Hovav Shacham. Aggregate and Verifiably Encrypted Signatures from Bilinear Maps // DoCoMo Labs USA. – 2003. 5 С.
-

Автори

Сергій Володимирович Яковлев — кандидат технічних наук, доцент кафедри математичних методів захисту інформації Фізико-технічного інституту КПІ ім. Ігоря Сікорського Київ, Україна; E-mail: yasv@rl.kiev.ua

Валентина Миколаївна Зінькова — 11 клас, Технічний ліцей НТУУ “КПІ”, Київська Мала академія наук, Київ, Україна; E-mail: valentinazinkova5@gmail.com

Алгоритми оптимального транспорту та барицентри Вассерштейна

О. Ю. Коваленко

У роботі розглядається питання знаходження оптимального алгоритму, який буде застосовано для вирішення задачі пошуку відстані Вассерштейна.

Актуальність теми дослідження полягає в тому, що сьогодні ці алгоритми входять до найпоширеніших способів застосування оптимального транспорту і використовуються у нейродослідженнях, коли обробка великої кількості зображень традиційними способами є недоцільною та ресурсозатратною. В таких випадках застосування алгоритмів оптимального транспортування є вирішенням ситуації.

Мета роботи - визначити найбільш ефективний алгоритм оптимального транспорту.

Для цього розглянуто та запрограмовано кілька алгоритмів, зокрема алгоритм екстраполяції з минулого [1], алгоритм модифікованого екстраградієнтного методу Tseng'a [2] та алгоритм дзеркального спуску Маліцького [3].

Дані алгоритми було проаналізовано для задачі знаходження розв'язку варіаційних нерівностей у вигляді:

$$\langle A^T(Ax - b), y - x \rangle \geq 0 \quad \forall y \in X = \Delta^{20} \quad (1)$$

З'ясовано, що єдиний універсальний алгоритм важко підібрати. Кожен з алгоритмів має свої сильні сторони, наприклад, алгоритм Tseng'a видає меншу кількість ітерацій і, відповідно, має більшу похибку, натомість, алгоритм Маліцького є більш точним, але витрачає більше ітерацій.

Список літератури

- [1] Gidel G., Berard H., Vincent P., Lacoste-Julien S. A Variational Inequality Perspective on Generative Adversarial Networks. arXiv preprint arXiv:1802.10551. 2018.
 - [2] Tseng P. A modified forward-backward splitting method for maximal monotone mappings. SIAM Journal on Optimization. 2000. Vol. 38. P. 431–446.
 - [3] Malitsky Yu. Projected Reflected Gradient Methods for Monotone Variational Inequalities. SIAM Journal on Optimization. 2015. Vol. 25. P. 502–520.
-

Автори

Олександра Юрїївна Коваленко — студентка 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: alexandra.kovalenko2000@gmail.com

Системи електронного голосування

Д. Ю. Коваленко

Чесні та прозорі вибори одна з головних частин демократичного суспільства та правової держави. Проте класичні методи проведення голосування мають велику кількість недоліків, є нестійкими до різноманітних атак та дуже дорогі в проведенні. В цій роботі ми зробимо огляд криптографічних методів, за допомогою яких можна імплементувати розподілений, децентралізований сервіс для швидкого, стійкого та дешевого голосування.

Для цього ми розглянемо декілька класичних, та зовсім нових робіт в цій сфері. Зокрема, проаналізуємо спеціальний ефективний протокол проведення голосування, який базується на шифруванні з застосуванням проблеми дискретного логарифму та запропонований в [1]. Розглянемо підхід для передачі обраного голосу таким чином, щоб отримати його значення могла лише наперед визначена кількість інституцій при досягненні консенсусу [2]. Також розглянемо приклади блокчейн систем, побудованих на власних імплементациях блокчейн архітектури [3], на смарт-контрактах [4], на блокчейні біткоїну в якості публічного блокчейну та на власній імплементации приватного блокчейну [5].

Список літератури

- [1] Cramer, Ronald and Franklin, Matthew and Schoenmakers, Berry and Yung. In MotiMulti-Authority Secret-Ballot Elections with Linear Work, 1996. Springer Berlin Heidelberg.
- [2] David Chaum and Peter Y A Ryan and Steve Schneider. In A practical, voter-verifiable election scheme, 2005. European Symp. on Research in Computer Security, number 3679 in LNCS, Springer-Verlag.
- [3] Andrew Barnes, Christopher Brake and Thomas Perry Digital. In Voting with the use of Blockchain Technology, 2018
- [4] F. Hjalmarsson and G. K. Hreidarsson and M. Hamdaqa and G. Hjalmtysson. In Blockchain-Based E-Voting System, 2018
- [5] Stefano Bistarelli, Ivan Mercanti, Paolo Santancini, Francesco Santini. In End-to-End Voting with Non-Permissioned and Permissioned Ledgers, 2019

Автори

Коваленко Данило Юрійович — студент 4-го курсу, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: daniil130999@gmail.com

Sign Language Recognition using deep learning

A. Korzhuk, R. Polishchenko

The gesture recognition task has lots of applications. All of them imply detection and recognition of different gestures using photo and video data. Currently, for our best acknowledgments, there is no popular high-quality sign language translation application. Thus, the main focus of this work is dynamic gesture recognition and translation as a sub-problem of video classification.

During our research, two approaches were developed. They vary in feature extraction methods. While the first one uses a convolutional neural network (CNN) [1] to analyze spatial features, the second one utilizes background subtraction methods and a pre-trained Residual Network (ResNet50) [2] as a feature extractor. Finally, both models have a Long short-term memory cell (LSTM) [3] to analyze temporal features of the video data.

Described models were trained and evaluated on the Argentinean Sign Language dataset [4], which contains wide gesture variants and a substantial amount of raw video samples.

The first described approach achieved accuracy up to 90% on a small part of the dataset (10 signs). Both models were able to achieve accuracy up to 83% for the whole dataset (64 signs).

References

- [1] O'Shea, Keiron, and Ryan Nash. An introduction to convolutional neural networks. arXiv preprint arXiv:1511.08458 (2015).
- [2] K. He, X. Zhang, S. Ren, and J. Sun, Deep residual learning for image recognition, in *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 770–778, 2016.
- [3] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, Long short-term memory, *Neural computation*, vol. 9, no. 8, pp. 1735–1780, 1997.
- [4] F. Ronchetti, F. Quiroga, C. A. Estrebou, L. C. Lanzarini, and A. Rosete, Lsa64: an argentinian sign language dataset, in *XXII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC 2016)*., 2016.

Authors

Andrii Korzhuk — 4th year Bachelor's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: korzhukandrew@gmail.com

Roman Polishchenko — 4th year Bachelor's degree student, Mechanics and Mathematics Faculty, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine; E-mail: romanpolishchenko@knu.ua

Локалізація регіонів з відсутнім товаром на полицях магазинів

А. М. Коробка

Сьогодні для ритейлерів та постачальників дуже гострою є проблема відсутності товарів, що спричиняє недоотримання прибутків та відтік покупців. До недавня її вирішення було дуже складним і вимагало великої кількості персоналу. Зараз це можна реалізувати за допомогою постійного моніторингу полиць у режимі реального часу. У представленому підході об'єднуються в собі технології комп'ютерного зору та статистичного аналізу даних.

Передумовою для роботи алгоритму є деяке “канонічне” фото з відсутністю дірок, тобто повністю заповнена полиця.

Основна частина алгоритму працює з кожною полицею окремо: фіксується статистичні розподіли кольорів за стовпцями (x-координата), ці послідовності згладжуються та за допомогою OneClassSVM класифікатору знаходяться регіони викидів, де ми розглядаємо розподіл за рядками (y-координата).

Для кожного регіону робимо адаптивне вирівнювання гістограми, далі визначаються під-регіони, що могли змінитися у цій області, обирається найбільший, і порівнюється його розподіл з еталоном за метриками Чебишова та Бхаттачарії. При достатніх значеннях метрик ми можемо впевнено заявити, що тут товару немає. При цьому, ми відрізняємо це від ситуації, коли товар знаходиться глибше та неосвітлений.

Для поліпшення результатів було використано поступове усереднення еталонового зображення з новими за допомогою EWA згладжування, але тільки в регіонах, де немає дірок.

Цей алгоритм є ефективним у різноманітних умовах, проте не виключаються складності при зміні ракурсів або ж неперпендикулярних полицях. Втім, значну частину цих проблем, можна вирішити завдяки використанню гомографій, які виправлять положення та орієнтацію сцени.

Список літератури

- [1] Відстань Чебишова, https://uk.wikipedia.org/wiki/Відстань_Чебишова
- [2] Метрика Бхаттачарія, <https://doklady.bsuir.by/jour/article/viewFile/155/155>
- [3] Детекція викидів за допомогою OneClassSVM класифікатору, <https://towardsdatascience.com/outlier-detection-with-one-class-svms-5403a1a1878c>
- [4] EWA згладжування, https://en.wikipedia.org/wiki/Exponential_smoothing

Автори

Анастасія Миколаївна Коробка — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: anastasiakora205@gmail.com

Видобування та аналіз ознак рукописних даних для виявлення хвороби Паркінсона

К. О. Коровай

Хвороба Паркінсона характеризується складною діагностикою, особливо на ранніх стадіях. Але низка існуючих методів лікування (на основі протипаркінсонічних препаратів та спеціальних фізичних вправ) є набагато ефективнішими при застосуванні на початку захворювання.

Сучасні підходи спираються на виявлення у рукописних даних тремору, мікрографії та брадикінезії, для чого можуть бути застосовані методи або "ручне" проектування та аналіз ознак рукописних даних [1]. Метою даної роботи є побудова експертної системи для виявлення хвороби Паркінсона на ранніх стадіях на основі саме ручного аналізу рукописних даних.

Дослідження проводилось на базі Parkinson HW датасету [2], що містить зразки рукописних даних від 77 учасників (з них 62 з підтвердженим діагнозом), отриманих в результаті проведення статичних (SST) та динамічних (DST) спіральних тестів. Дані представлені послідовністю часових функцій, що описують траєкторію руху пера, його натиск та кут нахилу при написанні.

У даній роботі пропонується виконати проектування ознак для вилучення репрезентативної інформації з вихідних даних перед подальшою класифікацією. Для кожного об'єкту з набору даних побудовано наступні характеристики:

- геометричні (середнє значення та варіація кута нахилу пера до дошки);
- динамічні (середнє та варіація по швидкості, прискоренню та ривку; кількість шкідливих піків; різниця гістограм прискорення).

Також запропоновано виконати аналіз побудованого простору ознак та відбір характеристик [3] для покращення якості класифікатора. Точність простого класифікатора на побудованому просторі ознак сягає 83.3% до проведення відбору ознак та 91.7% після, з відповідними значеннями F_1 -міри 81.25% та 91.1%.

Список літератури

- [1] Thomas M., Lenka A., Kumar Pal P. Handwriting analysis in Parkinson's disease: current status and future directions //Movement disorders clinical practice. – 2017. – Т. 4. – №. 6. – С. 806-818.
- [2] Isenkul M., Sakar B., Kursun O. Improved spiral test using digitized graphics tablet for monitoring Parkinson's disease //Proc. of the Int'l Conf. on e-Health and Telemedicine. – 2014. – С. 171-5.
- [3] Hall M. A. Correlation-based feature selection for machine learning. – 1999.

Автори

Коровай Карина Олегівна — студентка 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: karina.korovai@gmail.com

Комп'ютерні засоби діагностики флюорографічних обстежень

І. В. Марціленко

В Україні щорічно проводиться 16,5 млн флюорографічних обстежень, при цьому захворювання виявляють у одному випадку на 1,5-2 тисячі досліджень[1], причому точність такої діагностики групою професійних лікарів складає близько 70% [2]. Тож, метою роботи було розробити програмний продукт для попередньої діагностики запалення легень на основі згорткової нейронної мережі. Для навчання та тестування мережі була взята навчальна вибірка з статті [3].

Роботу було розподілено на два етапи. На першому комп'ютерний засіб має діагностувати запалення легенів. Для покращення роботи нейронної мережі проводиться додаткова обробка зображень, нормалізація класів, корекція кольору та попередня сегментація за допомогою нейронної мережі UNet типу, після чого вже сама згорткова мережа проводить класифікацію.

На основі результатів тестування нейронної мережі, можна зробити висновок, що вдалось покращити результати точності оцінки в порівнянні з [3]: після 100 епох

навчання на етапі валідації було досягнуто точності 98.56%, що значно краще за 96.41% для Inception_ResNet_V2.

На другому етапі, окрім моделей діагностики було розроблено прототип загальної системи допомоги медичним фахівцям: була впроваджена базова система рейтингу лікарів, для організації додаткових консультацій від більш досвідчених фахівців у випадку, коли попередній діагноз програми та діагноз лікаря відрізняються.

Список літератури

- [1] Масова флюорографія [Електронний ресурс] // Центр громадського здоров'я МОЗ України. – 2018. – Режим доступу до ресурсу: <https://phc.org.ua/news/masove-flyuorografichne-obstzheniya-sered-zagalnogo-naselennya-dlya-viyavlennya-tuberkulozu-e>.
- [2] A comparison of deep learning performance against health-care professionals in detecting diseases from medical imaging: a systematic review and meta-analysis / [L. Xiaoxuan, F. Livia, U. K. Aditya та ін.]. // The Lancet Digital Health. – 2019. – С. e271–e297.
- [3] Khalid E. A. Automated Methods for Detection and Classification Pneumonia based on X-Ray Images Using Deep Learning / E. A. Khalid, C. Youness, I. Ali. – 2020.

Автори

Іван Володимирович Марціленко – студент 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: ivanmartsilenko@gmail.com

Алгоритм пошуку об'єкта в зображенні

В. Т. Матвієнко, І. А. Мушта

Скористаємося кореляцією, як засобом для пошуку еквівалентів еталона $w(x,y)$ розмірами $J \times K$ на зображенні $f(x,y)$ розмірами $M \times N$. Припускається, що $J \leq M$ і $K \leq N$. Інтерпретацією таких функцій є цифрові зображення, аргументами яких є координати пікселя, а значеннями – коефіцієнти розкладу пікселя в RGB-базисі [2]. В самому спрощеному вигляді кореляція між двома зображеннями задається виразом:

$$c(x,y) = \sum_s \sum_t f(s,t)w(x+s,y+t) \quad (1)$$

для $x=0,1,\dots,M-1$, $y=0,1,\dots,N-1$, де сумування ведеться по тій області зображення, де w та f перетинаються. Рисунок 1 ілюструє процедуру кореляції. Для однієї точки (x,y) зображення f (нехай це точка (x_0, y_0)) застосування формули (1) дає одне значення $c(x_0, y_0)$. При зміні x та y еталон w ковзає по всьому зображенню, в результаті чого отримується функція $c(x,y)$.

Положення максимумів цієї функції вказує на ті точки, де область w більше всього узгоджується із зображенням f . Зауважимо, що для значень x та y у поблизу країв зображення точність втрачається [1]. Недолік кореляційної функції, що задана рівнянням (1), полягає в її чуттєвості до зміни амплітуд f та w . Для подолання цих труднощів, часто застосовують підхід, за якого порівняння здійснюється за

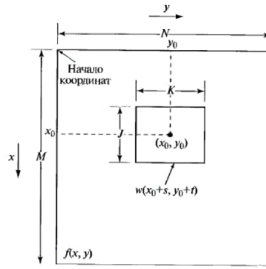


Рис. 1. Процедура кореляції

допомогою коефіцієнта кореляції, що задається виразом

$$\gamma(x, y) = \frac{\sum_s \sum_t (f(s, t) - \bar{f}(s, t))(w(x + s, y + t) - \bar{w})}{\sqrt{\sum_s \sum_t (f(s, t) - \bar{f}(s, t))^2 \sum_s \sum_t (w(x + s, y + t) - \bar{w})^2}} \quad (2)$$

де $x=0,1,\dots,M-1$, $y=0,1,\dots,N-1$, \bar{w} – середнє значення пікселів в еталоні w (обчислюється тільки один раз), \bar{f} – середнє значення елементів зображення f в області, що співпадає з поточним положенням w , а сумування ведеться по всім парам координат, спільним для w та f . У формулі (2) коефіцієнт кореляції γ змінюється в діапазоні від -1 до 1 і не залежить від зміни масштабу амплітуд f та w . Рисунок 2 ілюструє результат виконання алгоритму.

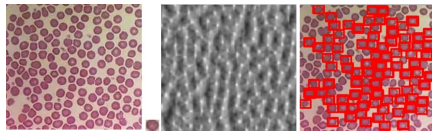


Рис. 2. Результат виконання алгоритму

Список літератури

- [1] Гонсалес Рафаэл С., Вудс Ричард Э. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. – М. : Техносфера, 2006. – 1070с
- [2] Прэтт, У. Цифровая обработка изображений: В двух книгах / У. Прэтт; Пер. с англ. под ред. Д.С.Лебедева. Книга 1. - Москва: Мир, 1982. - 312с.

Автори

Матвієнко Володимир Тихонович — кандидат фізико-математичних наук, доцент, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: matvienko.vt@gmail.com

Мушта Ілля Андрійович — студент 4-го курсу, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ,

Аналіз семантичної подібності речень з використанням методів штучного інтелекту

І. О. Онищенко

Аналіз та визначення семантичної подібності речень є одним з головних завдань в галузі обробки природної мови, особливо в задачах кластеризації, генерації підсумувачів та виявленні плагіату. Метою та завданням даної роботи є аналіз сучасних підходів до моделювання семантики слів та речень на основі глибоких нейронних мереж, дослідження та проєктування методів визначення перефразувань та семантичної подібності речень, а також експериментальне вимірювання їхньої ефективності шляхом розробки програмної системи.

Класичні підходи для вирішення даної задачі використовують поверхневі лексичні та синтаксичні статистичні ознаки, проте майже не враховують семантики слів та речень загалом. В останні роки, традиційні способи моделювання семантики поступаються підходам, що базуються на штучних нейронних мережах. Архітектура Transformer стала своєрідним каноном в сучасній галузі обробки природної мови. Ідеї та підходи, описані в оригінальній статті [1], є базовими елементами в побудові сучасних глибоких мовних моделей, таких як [2], [3] та [4], які були проаналізовані в нашій роботі.

Моделювання семантики полягає в побудові певного векторного простору, де два семантично подібних речення будуть близькими в термінах певної міри подібності. В роботі було розглянуто декілька способів агрегування виходів моделей, побудовано цільові функції та запропоновано методи визначення міри семантичної подібності речень. Для тренування та оцінки ефективності підходів був використаний класичний корпус текстових даних Microsoft Research Paraphrase Corpus. Усі експерименти були виконані мовою програмування Python з використанням фреймворку PyTorch та бібліотеки HuggingFace.

Список літератури

- [1] Vaswani, Ashish, et al. "Attention is all you need." arXiv preprint arXiv:1706.03762 (2017).
- [2] Devlin, Jacob, et al. "BERT: Pre-training of deep bidirectional transformers for language understanding." arXiv preprint arXiv:1810.04805 (2018).
- [3] Liu, Yinhan, et al. "RoBERTa: A robustly optimized BERT pretraining approach." arXiv preprint arXiv:1907.11692 (2019).
- [4] Lan, Zhenzhong, et al. "ALBERT: A lite BERT for self-supervised learning of language representations." arXiv preprint arXiv:1909.11942 (2019).

Автори

Ігор Орестович Онищенко — студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: igor323@gmail.com

Побудова Smart сіті за допомогою діаграм Вороного

І. В. Тилевна

На даний момент у світі поширена проблема малорозвинутої або не ефективно створеної інфраструктури в різних населених пунктах. Територія міста Києва та

області активно забудовується, було вирішено дослідити можливості використання діаграм Вороного при проектуванні смарт сіті.

В ході роботи у першій її частині було структуровано інформацію про діаграми Вороного, подано найважливіші означення. Також було проведено аналіз існуючих алгоритмів для побудови діаграм Вороного.

Було створено додаток для побудови діаграм Вороного за заданими попередньо точками-генераторами на мові програмування Python. Використовувався алгоритм пошуку найближчого сусіда.

Наступним етапом було побудовано діаграму для обраного мікрорайону (між вулицями Вирлицька, Вишняківська та Л. Руденко), за точки-генератори було взято координати житлових будинків. Завдяки діаграмі Вороного можна створити нову функціональну мережу з так званими «атракативними» точками, які приваблюють своєю близькістю, доступністю та відкритістю.

Було спроектовано нові елементи інфраструктури, що знаходяться найбільш оптимально відносно житлових будинків: дитячий садочок, школа, торговий центр, офіси, паркінг.

За допомогою ребер Вороного було покращено мережу доріг та пішохідних доріжок. Також за допомогою многокутників Вороного було спроектовано зелені зони і міні-парки.

Викладені в роботі ідеї та методи дозволять збільшити значення мікрорайону в торгівельно-транспортній мережі Києва, значно пришвидшити пересування ним жителів, створити всі необхідні умови для комфортного проживання в ньому.

Список літератури

- [1] Okabe A., Boots B., Sugihara K., Sung Nok Chiu, Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, John Wiley and Sons, Inc., 2000
 - [2] Aurenhammer F. Voronoi diagrams – A survey of a fundamental geometric data structure. / Aurenhammer F. – ACM Computing Surveys. – 1991. – С.345-405.
-

Автор

Тилевна Ілона Володимирівна — учениця 9 класу, ліцей 'Наукова зміна', Київ, Україна ; E-mail: ltilevna@gmail.com

Вимушені коливання і дисипативний розігрів в'язкопружної балки з попереднім розтягом

А. П. Маландій

Тонкі стержні, балки, пластини та оболонки широко використовуються як конструктивні елементи, в різноманітних областях сучасної техніки. Одним з основних та найбільш поширених режимів роботи таких елементів є режим вимушених гармонічних коливань. Найбільш інтенсивні коливання, зокрема, спостерігаються у випадку резонансів. Всі матеріали при коливаннях в тому чи іншому степені зазнають гістерезисних втрат, в результаті чого механічна енергія перетворюється на теплову. Важливим є той факт, що підвищення гістерезисних втрат може супроводжуватися значним розігрівом. Значне підвищення температури може впливати як на механічний та фізичний стан конструкції, так і на динамічну та статичну стійкість тонкостінних чи балкових елементів, спричиняти їх механічне й теплове руйнування. Окрім того, всі матеріали за конкретно визначеної температури (точки деградації) втрачають своє функціональне призначення [2, 3]. Враховуючи цю обставину, температуру дисипативного розігріву критично необхідно включати до розгляду при дослідженні коливань елементів конструкцій з непружних матеріалів, оскільки виключення з розгляду даного явища може привести до недостовірних

результатів. Проте в більшості робіт, присвячених вимушеним резонансним коливанням непружних тонкостінних елементів, теплові ефекти не враховуються [2]. У даній роботі, проводиться дослідження термомеханічних характеристик коливань в'язкопружної балки з попереднім розтягом та стиском під дією зовнішнього гармонічного навантаження в рамках балкової теорії Ейлера-Бернуллі-фон Кармана. Для врахування в'язкопружних характеристик матеріалу, використовується концепція комплексних модулів [1, 3]. Такий прийом дозволяє розв'язати задачу в постановці, аналогічній постановці задачі теорії пружності з заміною всіх польових величин їх комплексними аналогами. Аналізується вплив розтягувального та стискального зусиль на частоту коливань системи, а також на температуру дисипативного розігріву елемента конструкції. Розраховуються критичні навантаження та будуються криві втомної витривалості за тепловим критерієм, на основі яких визначаються безпечні режими експлуатації системи. Побудовано амплітудно-частотні та температурно-частотні характеристики для режиму стаціонарних коливань та діаграми типу Велера для випадку нестационарного розігріву для закритичних значень параметрів навантаження. Показано, що система є більш чутливою до розподіленого, аніж до поздовжнього навантаження.

Список літератури

- [1] Zhuk Y.A. Modelling the stationary vibrations and dissipative heating of thin-walled inelastic elements with piezoelectric layers / Y. A. Zhuk, Senchenkov I. K. // Int. Appl. Mech. – 2004. – Vol. 40. – P. 546-556.
- [2] Karnaukhov V. G., I. F. Kirichok, and V. I. Kozlov. Thermomechanics of Inelastic Thin-Walled Structural Members with Piezoelectric Sensors and Actuators Under Harmonic Loading (Review). International Applied Mechanics 53, no. 1 (January 2017): 6-58.
- [3] Beards C. E. Structural Vibration: Analysis and Damping / Beards C. E. – London: Arnold, 1996.

Автори

Маландій Антон Павлович — студент 2-го курсу магістратури, механіко-математичний факультет, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна; E-mail: anton_malandii@knu.ua

**Київський національний університет
імені Тараса Шевченка**

**Матеріали XIX Міжнародної
науково-практичної конференції**

«Шевченківська весна – 2021»

квітень 2021 р., м. Київ, Україна

Taras Shevchenko National University of Kyiv

**Proceeding of XIX International
Scientific – Practical Conference**

«Shevchenkivska Vesna – 2021»

April 2021, Kyiv, Ukraine