particle systems and multidimensional renewal theory. — «Math. and Mech.» 1968, 18, 3, p. 211—227. 5. *Заславский А. Е.* Об одном обобщении теоремы восста новления. —«Сиб. матем. ж.», 1971, 12, 3, с. 513—535. 6. *Заславский А. Е.* Оцен ка скорости сходимости в теореме восстановления для случайных величин, за данных на цепи Маркова.— «Теория вероятностей и ее применения», 1972, 17, 3

A. E. Zaslavsky

MULTI-DIMENSIONAL MARKOV RENEWAL THEOREM AND INIFINITE PARTICLE SYSTEM OF COUNTABLE SET OF TYPES

The multi-dimensional Markov renewal theorem is proved. The non-trivia analogue of this result in model of infinite particle system is obtained.

Поступила в редколлегию 2.07 1976

УДК 519.21

П. Г. ИНЖЕВИТОВ, мл. науч. сотр., Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЯХ ДЛЯ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СУММЫ НЕЗАВИСИМЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ — последовательность независимых случайных величин с математическими ожиданиями, равными нулю, и конечными абсолютными моментами порядка $k \geqslant 3$, где k — целое число. Положим

$$V_j(x) = P\{X_j < x\}, \quad v_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dV_j(x), \quad \sigma_j^2 = EX_j^2,$$

$$B_n = \sum_{j=1}^{n} \sigma_j^2, \quad F_n(x) = P\left\{\frac{1}{\sqrt{B_n}} \sum_{j=1}^{n} X_j < x\right\}, \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2},$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(y)\, dy.$$

Пусть $l \geqslant 0$ и $\alpha > 0$ — фиксированные числа, причем l — целое число. Введем в рассмотрение следующие условия*):

$$\text{(I)}\ \varliminf \frac{B_n}{n} > 0, \quad \varlimsup \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} E|X_j|^k < \infty,$$

$$\text{(II)}\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \int_{|x| > \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x) \to 0 \text{ для любого } \varepsilon > 0,$$

*) Здесь и в дальнейшем предельные переходы совершаются при $n \to \infty$.

$$(\mathrm{III})\quad n^{\alpha} \int\limits_{|t|>\varepsilon} |t|^{l-1} \prod_{j=1}^{n} |v_j(t)|\, dt \to 0 \text{ для любого } \varepsilon > n.$$

Условия, достаточные для выполнения (I) — (III), указаны в аботе [4] (гл. VI).

Теорема 1. Пусть выполнены условия (I) — (III) при $\alpha = (k+l-2)/2$. Тогда для всех x и всех достаточно больших n уществует непрерывная производная $\frac{d^l}{dx^l} F_n(x)$, кроме того,

$$\frac{d^l}{dx^l} F_n(x) = \frac{d^l}{dx^l} \left(\Phi(x) + \sum_{\nu=1}^{k-2} \frac{Q_{\nu n}(x)}{n^{\nu/2}} \right) + o\left(n^{-\frac{k-2}{2}}\right) \qquad (1)$$

авномерно относительно x. В (1) $Q_{\nu n}(x)$ — функции, построенные о кумулянтам случайных величин $X_1, \ldots, X_n$ до порядка $\nu + 2$ ключительно (определение $Q_{vn}(x)$ см. например, в работе [4], л. VI).

Теорема 1 представляет собой некоторое усиление теоремы . В. Петрова [1] (см. также [4], гл. VI, теорема 7), в которой вмего условия (II) содержалось более сильное условие

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \int\limits_{|x|>n^{\tau}} |x|^k dV_j(x) \to 0$$

ля некоторого положительного $\tau < \frac{1}{2}$.

Введем в рассмотрение еще одно условие:

$$(\mathrm{IV})\quad n^{-1/2} \int\limits_{|t|>\varepsilon} \left| \frac{d^k}{dt^k} \prod_{j=1}^{n} v_j(t) \right| dt \to 0 \text{ для любого } \varepsilon > 0.$$

Іетрудно показать, что условие (IV) выполнено, если выполнено) и последовательность $\{X_n\}$ содержит подпоследовательность $\{X_{n_m}\}$ акую, что:

(А) число n^* членов этой подпоследовательности среди $X_1, \ldots, X_n$ удовлетворяет условию $\liminf n^*/n^{\lambda} > 0$ для некоторого > 0;

(Б) для $m = 1, 2, \ldots$ имеют место неравенства $|v_{n_m}(t)| \leqslant \frac{c}{|t|^{\delta}}$ в области $|t| \geqslant R$, где δ, c и R — некоторые положительые постоянные.

Отметим, что условие (Б) выполнено при $\delta = 1$, если $v_{n_m}(t)$ ($m = 1, 2, \ldots$) суть характеристические функции распределений с лотностями равномерно по m ограниченной вариации. В частном лучае, когда величины из последовательности $\{X_n\}$ имеют одинаковое распределение, условие (IV) сводится к существованию ограниченной плотности распределения случайной величины $Z_n = \frac{1}{\sqrt{B_n}} \sum_{i=1}^{n} X_i$ при некотором n.

Теорема 2. Пусть выполнены условия (I) — (IV) при $l = 1$ и $\alpha = (k-1)/2$. Тогда $F_n(x)$ имеет непрерывную производную $p_n(x)$ для всех x и всех достаточно больших n и, кроме того, равномерно относительно x

$$(1+|x|^k)\left(p_n(x) - \varphi(x) - \sum_{\nu=1}^{k-2} \frac{q_{\nu n}(x)}{n^{\nu/2}}\right) = o(n^{-\frac{k-2}{2}}). \tag{2}$$

Здесь $q_{\nu n}(x) = \frac{d}{dx} Q_{\nu n}(x)$.

Для одинаково распределенных слагаемых оценка (2) получена В. В. Петровым [2, 3] (см. также [4], гл. VII, теорема 17). Для асимптотического разложения по дробям Ляпунова близкий результат получил П. В. Сурвила [6]. В работе [5] содержится более подробная информация о поведении остаточного члена в этом асимптотическом разложении.

Доказательство теоремы 1 проводится так же, как доказательство теоремы 7 гл. VI [4], с помощью следующей леммы.

Лемма. Пусть выполнены условия (I) и (II). Тогда при $|t| \leqslant n^{1/8}$ имеет место неравенство

$$|f_n(t) - u_{kn}(t)| \leqslant \frac{\delta(n)}{n^{k-2/2}} (|t|^k + |t|^{3(k-1)}) e^{-t^2/2},$$

где $\delta(n) \to 0$ равномерно относительно t,

$$u_{kn}(t) - \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dU_{kn}(x), \quad U_{kn}(x) = \Phi(x) + \sum_{\nu=1}^{k-2} Q_{\nu n}(x)/n^{\nu/2}.$$

Доказательство леммы. Положим

$$r_j(t) = v_j(t) - 1 - \sum_{\nu=2}^{k} \frac{\alpha_{\nu j}}{\nu!} (it)^\nu \quad (j = 1, 2, \ldots),$$

где $\alpha_{\nu j} = EX_j^\nu$.

Из условия (I) следует, что существуют положительные постоянные g, G такие, что

$$B_n \geqslant ng, \quad \sum_{j=1}^{n} E|X_j|^k \leqslant nG \tag{3}$$

для всех достаточно больших n. Для любого $\varepsilon > 0$ имеем

$$\sum_{j=1}^{n} \left| r_j\left(\frac{t}{\sqrt{B_n}}\right)\right| \leqslant \sum_{j=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} \left| e^{\frac{itx}{\sqrt{B_n}}} - \sum_{\nu=0}^{k} \frac{(itx)^{\nu}}{\nu! B_n^{\nu/2}} \right| dV_j(x) \leqslant$$

$$\leqslant \sum_{j=1}^{n} \left[\int_{|x| \leqslant \varepsilon\sqrt{n}} (|tx|^{k+1}/B_n^{k+1/2})\, dV_j(x) + \int_{|x|>\varepsilon\sqrt{n}} (|tx|^{k}/B_n^{k/2})\, dV_j(x) \right] \leqslant$$

$$\leqslant |t|^k (1 + |t|)\, n^{-k/2} \sum_{j=1}^{n} \Bigg(\varepsilon/g^{k+1/2} \int_{|x| \leqslant \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x) +$$

$$+ g^{-k/2} \int_{|x|>\varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x) \Bigg) \leqslant n^{-(k-2)/2} |t|^k (1 + |t|) (\varepsilon G/g^{k+1/2} +$$

$$+ g^{-k/2} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \int_{|x|>\varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x)).$$

В силу (II)

$$\sum_{j=1}^{n} |r_j(t/\sqrt{B_n})| \leqslant \delta_1(n)/n^{k-2/2]} |t|^k (1 + |t|),$$

где $\delta_1(n) \to 0$ равномерно относительно t.

Теперь так же, как при доказательстве леммы 11 гл. VI [4], можно получить утверждение леммы.

Доказательство теоремы 2. По формуле обращения имеем

$$x^k (P_n(x) - \varphi_{kn}(x)) = 1/2\pi i^k \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \frac{d^k}{dt^k} (f_n(t) - u_{kn}(t))\, dt,$$

где

$$\varphi_{kn}(x) = 1/\sqrt{2\pi} e^{-x^2/2} + \sum_{\nu=1}^{k-2} q_{\nu n}(x)/n^{\nu/2},$$

$$u_{kn}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \varphi_{kn}(x)\, dx.$$

Поэтому

$$| x^k (P_n(x) - \varphi_{kn}(x) | \leqslant I_1 + \ldots + I_4.$$

Здесь

$$I_1 = \int_{|t|<n^{1/8}} \left| \frac{d^k}{dt^k} (f_n(t) - u_{kn}(t) \right| dt, \quad I_2 = \int_{|t| \geqslant t^{1/8}} \left| \frac{d^k}{dt^k} u_{kn}(t) \right| dt,$$

где $\delta = 3g/8G^{3/k}$, g и G — постоянные из (3).

Из условия (IV) следует, что $I_4 = o(n^{-(k-2)/2})$. Нетрудно деть, что $I_2 = o(n^{-(k-2)/2})$. Оценим I_3. Так как

$$\sigma_j^2 \leqslant (E\,|X_j|^k)^{2/k} \leqslant \left(\sum_{i=1}^{j} |X_i|^k\right)^{2/k} \leqslant (Gj)^{2/k},$$

то

$$B_n^{-1} \max_{1\leqslant j\leqslant n} \sigma_j^2 \leqslant B_n^{-1}(Gn)^{2/k} \leqslant g^{-1}G^{2/k}n^{-1/3} \to 0.$$

Кроме того, справедлива оценка

$$|v_j(t)|^2 \leqslant 1 - \sigma_j^2 t^2 + \frac{4}{3}|t^3|\,E\,|X_j|^3 \leqslant$$

$$\leqslant \exp\left\{-\sigma_j^2 t^2 + \frac{4}{3}|t|^3 E\,|X_j|^3\right\}.$$

Следовательно, $|v_j(t)| \leqslant \exp\left\{-\frac{\sigma_j^2 t^2}{2} + \frac{2}{3}|t|^3 E\,|X_j|^3\right\}$. Далее,

$$\frac{d^k}{dt^k} f_n(t) = B_n^{-k/2} \sum_{i_1=1}^{n} \ldots \sum_{i_k=1}^{n} \tilde{v}_1(t/\sqrt{B_n}) \ldots \tilde{v}_n(t/\sqrt{B_n}),$$

где для каждого слагаемого $\tilde{V}_j\left(\frac{t}{\sqrt{B_n}}\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (ix)^r e^{\frac{itx}{\sqrt{B_n}}}\,dV_j(x)$, а количество индексов, равных j, среди $i_1, \ldots, i_k$.

Положим $\beta_{\nu j} = E\,|X_j|^\nu$ при $\nu = 0, 1, \ldots, k$ и $L_n = B_n^{-3/2} \sum\limits_{j=1}^{n}$

Так как $r \leqslant k$, то $|\tilde{v}_j(t/\sqrt{B_n})| \leqslant \beta_{rj} \leqslant \beta_{kj}^{r/k}$. Поэтому и в силу имеем

$$\left|\frac{d^k}{dt^k} f_n(t)\right| \leqslant \sum_{i_1=1}^{n} \ldots \sum_{i_k=1}^{n} \exp\left\{\sum_{j \neq i_1,\ldots,i_k} \left(-\sigma_j^2 t^2/2B_n + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2}{3}(\beta_{3j}|t|^3/B_n^{3/2})\right)\right\}(\beta_{ki_1} \ldots \beta_{ki_k})^{1/k} B_n^{-k/2} =$$

$$= \exp\left\{\sum_{j=1}^{n}\left(-\sigma_j^2 t^2/B_n + \frac{2}{3}\beta_{3j}|t|^3/B_n^{3/2}\right)\right\} B_n^{-k/2} \sum_{i_1=1}^{n} \ldots$$

$$\ldots \sum_{i_k=1}^{n} \exp\left\{\sum_{i=1}^{k}\left(\sigma_{i_i}^2 t^2/2B_n - \frac{2}{3}\beta_{3ij}|t|^3/B_n^{3/2}\right)\right\}(\beta_{ki_1}\ldots\beta_{ki_k})^{1/k} \leqslant$$

$$\leqslant \exp\left\{-\frac{t^2}{2}+\frac{2}{3}L_n|t|^3\right\}\exp\left\{\frac{1}{4}\frac{t^3}{2}\right\}\left(\sum_{j=1}^{n}\beta_{kj}^{1/k}\right)^k B_n^{-k/2}$$

ı достаточно больших n.

Если $|t| \leqslant \delta\sqrt{B_n}$, то $L_n|t| \leqslant \delta B_n^{-1}\sum_{j=1}^{n}\beta_{3j} \leqslant \delta\frac{G^{3/k}}{g} = \frac{3}{8}$. Поэ-
му

$$\left|\frac{d^k}{dt^k}f_n(t)\right| \leqslant B_n^{-k/2}\exp\{-t^2/8\}\,n^kG.$$

едовательно, $I_3 = o(n^{-\alpha})$ для любого $\alpha > 0$.

Оценим I_1. Пусть $A(t)\in C^{(k)}$, тогда $A(t) = \sum_{\nu=0}^{k}A^{(\nu)}(0)\,t^\nu/\nu! + r(t)$,
: $A^{(\nu)}(t) = \frac{d^\nu}{dt^\nu}A(t)$.

Положим $\bar{r}^{(k)}(t) = \sup_{0<|u|<|t|}|r^{(k)}(u)|$. Используя формулу $r^{(k-i)}(t) = \int_0^t r^{(k-i+1)}(s)\,ds$ последовательно для $i = 1, \ldots, k$, находим, что
$^{k-i)}(t)| \leqslant |t|^i\bar{r}^{(k)}(|t|)$ при $i = 1, \ldots, k$.

Положим теперь $A(t) = \log f_n(t)$. Тогда

$$r(t) = g_n(t) = \log f_n(t) - \sum_{\nu=2}^{k}\frac{\lambda_{\nu,n}}{\nu!\,n^{\nu-2/2}}(it)^\nu,$$

: $\lambda_{\nu,n} = n^{\nu-2/2}B_n^{-\nu/2}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{\nu j}$ $(\nu = 2, \ldots k)$, $\gamma_{\nu j}$ — кумулянта порядка ν
чайной величины X_j. Чтобы доказать оценку

$$\left|\frac{d^s}{dt^s}g_n(t)\right| \leqslant \frac{\varepsilon(n)}{n^{k-2/2}}|t|^{k-s}(1+|t|) \qquad (s = 0, 1, \ldots, k) \tag{5}$$

ı $|t| < n^{1/8}$, достаточно показать, что

$$\left|\frac{d^k}{dt^k}g_n(t)\right| \leqslant (1+|t|)\frac{\varepsilon(n)}{n^{(k-2)/2}}.$$

В силу леммы 1 гл. VI [4] имеем

$$g_n^{(k)}(t) = A^{(k)}(t) - A^{(k)}(0) = \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{d^k}{dy^k} \log v_j(y) \right] \Bigg|_{y=0}^{t/\sqrt{B_n}} B_n^{-k/2} =$$

$$= B_n^{-k/2} k! \sum{}' (-1)^s (s-1)! \sum_{j=1}^{n} \left(\prod_{m=1}^{k} \left[\frac{1}{l_m!} \left(\frac{1}{m!} \times \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \times \frac{1}{v_j(y)} \frac{d^m}{dy^m} v_j(y)^{l_m} \right]\right) \Bigg|_{y=0}^{t/\sqrt{B_n}},$$

где Σ' означает суммирование по всем целым неотрицательным решениям уравнения $l_1 + 2l_2 + \ldots + kl_k = k$, а $s = l_1 + \ldots \ldots + l_k$.

Рассмотрим выражение под знаком внутренней суммы. Это есть

$$1/l_1! \ldots l_k! (1!)^{l_1} \ldots (k!)^{l_k} \left(\prod_{r=1}^{p} a_r \left(\frac{t}{\sqrt{B_n}} \right) - \prod_{r=1}^{p} a_r(0) \right),$$

где $a_r(t) = \frac{1}{v_j(t)}$ или $a_r(t) = \frac{d^m}{dt^m} v_j(t)$.

Положим $a_r(t) = a_r(0) + \alpha_r(t)$, тогда

$$\prod_{r=1}^{p} (c_r(0) + \alpha_r(t)) - \prod_{r=1}^{p} a_r(0) = \sum_{i=1}^{p} \prod_{r \neq i} a_r(0) \alpha_i(t) +$$

$$+ \sum_{l_1=1}^{p} \sum_{l_2=1}^{l_1-1} \prod_{\substack{r=1 \\ r \neq l_1, l_2}}^{p} a_r(0) \alpha_{l_1}(t) \alpha_{l_2}(t) + \ldots +$$

$$+ \sum_{r=1}^{p} \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq r}}^{p} a_r(0) \alpha_l(t) + \prod_{i=1}^{p} \alpha_i(t).$$

Слагаемые, содержащие $\left[\frac{1}{v_j(t/\sqrt{B_n})} - \frac{1}{v_j(0)} \right]^s$ при некотором $s \geqslant 1$, оцениваются при $|t| < n^{1/8}$ с помощью $\varepsilon(n)/n^{(k-2)/2}$, где $\varepsilon(n) \to 0$. Действительно,

$$\max_{1 \leqslant j \leqslant n} \left| 1 - v_j \left(\frac{t}{\sqrt{B_n}} \right) \right| \leqslant \max_{1 \leqslant j \leqslant n} \frac{\sigma_j^2}{B_n} \frac{t^2}{2} \leqslant \frac{1}{2} n^{1/4 - 1/3} g^{-1} G,$$

поэтому существует N, такое, что $\min_{1 \leqslant j \leqslant n} |v_j(t/\sqrt{B_n})| > 1/2$ при $|t| <$

$n^{1/8}$ для всех $n > N$. Отсюда и из оценки $\left|\frac{d^m}{dy^m} v_j(y)\right| \leqslant \beta_{mj} \leqslant \beta_{kj}^{m/k}$ $(m = 1, \ldots, k)$ следует, что

$$B_n^{-(k-2)/2} g^{-1} c(k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{kj} \left[\frac{1}{v_j(t/\sqrt{B_n})} - \frac{1}{v_j(0)}\right]^s \leqslant cn^{-(k-2)/2} \times$$

$$\times \max_{1 \leqslant j \leqslant n} [1/v_j(t/\sqrt{B_n} - 1/v_j(0)]^s.$$

эсь c и $c(k)$ — некоторые положительные постоянные, не зависяе от n.

Слагаемые, не содержащие $\left[\frac{1}{v_j\left(\frac{t}{\sqrt{B_n}}\right)} - \frac{1}{v_j(0)}\right]$, оцениваются эдующим образом:

$$B_n^{-(k-2)/2} g^{-1} c(k) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(\prod_{m \neq r} \beta_{mj}^{l_m}\right) \beta_{rj}^{l_r - 1} \left| \left[\frac{d^r}{dy^r} v_j(y)\right] \Big|_{y=0}^{t/\sqrt{B_n}} \right| \leqslant$$

$$cn^{-(k-2)/2} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{kj}^{1-\frac{r}{k}} \left| \int_{-\infty}^{\infty} (ix)^r (e^{itx/\sqrt{B_n}} - 1)\, dV_j(x) \right| \leqslant cn^{-(k-2)/2} \times$$

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{kj}\right)^{(k-r)/k} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left| \int_{-\infty}^{\infty} (ix)^r (e^{itx/\sqrt{B_n}} - 1)\, dV_j(x) \right|^{k/r}\right)^{r/k} \leqslant$$

$$\leqslant cn^{-(k-2)/2} \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(\int_{|x| \leqslant \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k (|tx|/\sqrt{B_n})^{k/r} dV_j(x) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 2^{k/r} \int_{|x| > \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x)\right)\right)^{r/k} \leqslant cn^{-(k-2)/2} \left(1 + \right.$$

$$\left. |t| \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(\int_{|x| > \varepsilon\sqrt{n}} (c\varepsilon)^{k/r} |x|^k dV_j(x) + c \int_{|x| > \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x)\right)\right)^{r/k} \right) \leqslant$$

$$\leqslant cn^{-(k-2)/2} (1 + |t|) \left[\varepsilon^{k/r} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \int_{|x| > \varepsilon\sqrt{n}} |x|^k dV_j(x)\right]^{r/k}.$$

Выражение в квадратных скобках может быть сделано сколь эдно малым за счет выбора ε при достаточно больших n.

Так же, как при доказательстве леммы 3 гл. VII [4], і показать, что при $|t| < n^{1/8}$

$$\left| \frac{d^k}{dt^k} (f_n(t) - U_{kn}(t) \right| \leqslant \frac{\varepsilon(n)}{n^{(k-2)/2}} P(t) e^{-t^2/2},$$

где $P(t)$ — полином, не зависящий от n, и $\varepsilon(n) \to 0$.

Отсюда с учетом теоремы 1 следует утверждение теоре

Автор выражает благодарность проф. В. В. Петрову за новку задачи и внимание к работе.

Список литературы: 1. *Петров В. В.* Асимптотические разложения д изводных функции распределения суммы независимых слагаемых. — «Вес нигр. ун-та», 1960, № 19, с. 9—18. 2. *Петров В. В.* Локальные предельн ремы для сумм одинаково распределенных независимых слагаемых. — « вероятностей и ее применения», 1963, 8, № 1, с. 119—120. 3. *Петров В. Е* кальных предельных теоремах для сумм независимых случайных вели «Теория вероятностей и ее применения», 1964, 9, № 2, с. 343—352. 4. *Петр* Суммы независимых случайных величин. М., «Наука», 1972. 5. *Пипи, Статулявичус В.* Асимптотические разложения для сумм независимых слу величин. — «Лит. мат. сб.», 1968, 8, № 1, с. 137—151. 6. *Сурвила П.* Аси ческие разложения для плотностей. — «Лит. мат. сб.», 1963, 3, 2. с. 17

P. G. Inzhevitov

ON ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR DERIVATIVES OF THE DISTRIBUTION FUNCTION OF A SUM OF INDEPENDENT RANDOM VARIABLES

The paper deals with the asymptotic expansions in limit theorems fı of independent random variables. Some estimates of the remainder are ol

Поступила в редколлегию 31.07 1976.

И. И. КАДЫРОВА, инж., Институт кибернетики АН УССР

СТОХАСТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СКАЧКООБРАЗНЫХ ПРОЦЕССОВ

В работе [1] были рассмотрены общие стохастические урав с коэффициентами, зависящими в момент t от значений ре во все предыдущие моменты времени. Для таких уравнений в положении достаточно гладкой зависимости коэффициент решения доказаны теоремы существования и единственнос настоящей работе более детально исследуются уравнения, г части которых содержат случайное поле, порождающее с образные процессы.

Рассмотрим стохастическое дифференциальное уравнение

$$d\xi_t = \alpha(t, \xi)\, dt + d\beta(t, \xi)$$

с начальным условием $\xi_0 = 0$, где $\alpha(t, \varphi)$ — функция, опре ная на $[0, T] \times D_{[0,T]}$ ($D_{[0,T]}$ — пространство функций без ра