5. Доказательство теоремы 3. Так как $S_n(t)/\sqrt{n}$ имеет корреляционную функцию $r(t, s)$, то в силу неравенства (4)

$$M \sup_{d(t,s)<d_n} |S_m(t) - S_m(s)|/\sqrt{m} \leqslant 16 \sum_{k=n+1}^{\infty} [N(K, 2^{-k})]^{1/2} \cdot 2^{-k},$$

где $d(t, s)$ — метрика на S, порожденная корреляционной функцией $r(t, s)$. Поэтому для любых ε_1, $\varepsilon_2 > 0$ существует δ такое, что

$$\sup_{m \geqslant 1} P\{\sup_{d(t,s)<\delta} |S_m(t) - S_m(s)|/\sqrt{m} > \varepsilon_1\} < \varepsilon_2.$$

Отсюда следует [8] справедливость центральной предельной теоремы в $C(S)$.

1. *Судаков В. Н.* Геометрические проблемы теории бесконечномерных вероятностных распределений.— Труды математического института АН СССР, 1976, т. 141. 2. *Мацак И. К.* Регулярность выборочных функций случайного процесса.— **УМЖ**, 1978, **30**, № 2. 3. *Boulicaut B.* Fonctions de Young et continuité de trajectoires d'une fonctions aléatoire.— Ann. Inst. Fourier, 1974, **24**, 2. 4. *Nanopoulos C., Nobelis P.* Étude de la régularité et des proprietés limites de fonctions aléatories de finies sur [0, 1]^n de type puissance. — C. r. Acad. Sci., 1977, **A285**, 4. 5. *Delporte L.* Fonctions aléatoires presque surement continues sur un intervalle fermé.— Ann. Inst. H. Poincaré. Sec. B, 1964, **1**, N 2. 6. *Dudley R. M.* Sample functions of the Gaussian process.— Ann. Probab., 1973, **1**, 1. 7. *Fernique X.* Régularité des trajectoires des fonctions aléatoires gaussiennes.—In: Lectures Notes in Math., vol. 480. Berlin, 1975. 8. *Jain N. C., Marcus M. B.* Central limit theorems for $C(S)$-valued random variables.— J. Functional Analysis, 1975, **19**, N 3.

Поступила в редколлегию 23.10.79

I. K. Matsak

CONTINUITY OF RANDOM PROCESS ON THE COMPACT AND CENTRAL LIMIT THEOREM IN $C(S)$

Let $L(x)$ — linear random process on Hilbert space H, $ML(x) = 0$, $ML(x)L(y) = (x, y)$, $K < H$ — compact, $N(K, \varepsilon)$ — minimum number of spheres of the radius ε, covering K. Condition $\int_0^1 [N(K, \varepsilon)]^{1/2} d\varepsilon < \infty$ provides the sample continuity with probability one of process $L(x)$ on K and central limit theorem in $C(S)$, $K = \{X(t), t \in S\}$.

УДК 519.21

М. П. МОКЛЯЧУК, канд. физ.-мат. наук
Киевский университет

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ИГР И ЭКСТРАПОЛЯЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СО ЗНАЧЕНИЯМИ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В статье рассматривается игра двух лиц, в которой первый игрок задает стационарный случайный процесс $\xi(t)$ со значениями в действительном сепарабельном гильбертовом пространстве X, удовлетворяющий условиям $M\xi(t)=0$, $M\|\xi(t)\|^2=1$, а второй игрок по наблюдениям значений процесса $\xi(t)$ при $t\leqslant 0$ оценивает величину $A\xi=\int\limits_0^\infty \langle a(t),\ \xi(t)\rangle\,dt$, где $a(t)$ — некоторая фиксированная слабо непрерывная функция со значениями в X, удовлетворяющая условиям $\int\limits_0^\infty \|a(t)\|\,dt<\infty$, $\int\limits_0^\infty t\,\|a(t)\|^2\,dt<\infty$. Функция выигрыша определяется ошибкой оценки значения $A\xi$. Такая задача для скалярных случайных процессов и конечного интервала интегрирования рассматривалась У. Гренандером [1].

Пусть X — действительное сепарабельное гильбертово пространство со скалярным произведением $\langle x, y\rangle$ и $\{e_j\}$, $j=1, 2, \ldots$ — ортонормированный базис в X. Случайный процесс $\xi(t)$ со значениями в X стационарный, если компоненты $\xi_j(t)=\langle\xi(t), e_j\rangle$ процесса непрерывны в среднем квадратичном и удовлетворяют условиям [2, 3] $M\xi_j(t)=0$, $M\|\xi(t)\|^2=\sum\limits_{j=1}^\infty M\xi_j^2(t)<\infty$, $M\xi_j(t)\,\xi_m(s)=\langle B(t-s)\,e_j,\ e_m\rangle$; $j, m=1, 2, \ldots$. Корреляционная функция $B(t, s)=B(t-s)$ такого процесса является слабо непрерывной операторной функцией в X, а корреляционный оператор $B=B(0)$ является ядерным: $\sum\limits_{j=1}^\infty \langle Be_j,\ e_j\rangle=M\|\xi(t)\|^2<\infty$.

Обозначим через $H_\xi(t)$ замкнутую линейную оболочку величин $\xi_j(s)$, $s\leqslant t$, $j=1, 2, \ldots$, рассматриваемых как элементы гильбертова пространства H действительных случайных величин второго порядка со скалярным произведением $(\xi, \eta)=M\xi\eta$. В зависимости от свойств $H_\xi(t)$ случайный процесс $\xi(t)$ может быть регулярным $\left(\bigcap\limits_t H_\xi(t)=0\right)$, сингулярным $\left(\bigcap\limits_t H_\xi(t)=H_\xi(s)\ \forall s\in \mathrm{R}^1\right)$ или ортогональной в H суммой регулярного $\xi^R(t)$ и сингулярного $\xi^s(t)$ процессов [2], т. е. $\xi_j(t)=\xi_j^R(t)+\xi_j^s(t)$, $j=1, 2, \ldots$. Если случайный процесс $\xi(t)$ регулярный, то существует спектральная плотность $f(\lambda)$ — положительная операторная функция переменной $\lambda\in R^1$ в гильбертовом пространстве X такая, что

$$\langle B(t-s)\,e_j,\ e_m\rangle=\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda(t-s)}\langle f(\lambda)\,e_j,\ e_m\rangle\,d\lambda;\ \ j, m=1, 2, \ldots. \qquad (1)$$

Спектральная плотность почти при всех λ является ядерным оператором и ее ядерная норма интегрируема

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\sum_{j=1}^\infty \langle f(\lambda)\,e_j,\ e_j\rangle\,d\lambda=\sum_{j=1}^\infty \langle B(0)\,e_j,\ e_j\rangle=M\|\xi(t)\|^2<\infty. \qquad (2)$$

Регулярная стационарная последовательность со значениями в X также имеет спектральную плотность — положительную оператор-ную функцию переменной $\lambda \in [-\pi, \pi]$ в гильбертовом пространстве X, удовлетворяющую условиям, аналогичным условиям (1), (2) для случайного процесса (пределы интегрирования от $-\pi$ до $+\pi$).

При выполнении введенных выше ограничений регулярный стационарный процесс $\xi(t)$ допускает каноническое разложение [2]

$$\xi(t) = \sum_{m=1}^{M} \int_{-\infty}^{t} g_m(t-u)\, d\eta_m(u), \tag{3}$$

где $\eta_m(u)$ — взаимно ортогональные в H случайные процессы с некоррелированными приращениями и структурной мерой Лебега, M — кратность процесса ($M \leqslant \dim X$), $g_m(u)$ — функции со значениями в X такие, что $\sum\limits_{m=1}^{M} \int\limits_{0}^{\infty} \| g_m(u) \|^2 du < \infty$. Интеграл в (3) — стохастический интеграл Петтиса [2]. При этом $H_\xi(t) = \bigoplus\limits_{m=1}^{M} H_{\eta_m}(t)$ $\forall t \in R^1$.

Для того чтобы закончить постановку задачи, нужно указать, какими оценками может пользоваться второй игрок и как измерять величину ошибки оценки величины $A\xi$. Будем предполагать, что второй игрок выбирает оценку в классе всех линейных несмещенных оценок и в качестве меры ошибки оценивания (функции выигрыша) будем брать величину $\| A\xi - \hat{A}\xi \|^2 = \sum\limits_{j=1}^{\infty} M [A_j\xi - \hat{A}_j\xi]^2$, где $A_j\xi = \int\limits_{0}^{\infty} a_j(t)\, \xi_j(t)\, dt$. Далее будет показано, что игра решается в чистых стратегиях и найдена пара чистых стратегий игроков и цена игры.

Вычислим $\max \min \| A\xi - \hat{A}\xi \|^2$. Если второй игрок первым выбирает свою стратегию с целью минимизировать величину ошибки $\| A\xi - \hat{A}\xi \|^2$, а после этого первый игрок выбирает случайный процесс $\xi(t)$ с целью максимизировать эту величину, то ошибка будет минимальной при $\hat{A}_j\xi = \int\limits_{0}^{\infty} a_j(t)\, \hat{\xi}_j(t)\, dt$, где $\hat{\xi}_j(t)$ — линейная экстраполяция $\xi_j(t)$ по наблюдениям процесса $\xi(s)$ при $s \leqslant 0$. Первый игрок будет выбирать процесс $\xi(t)$ только из множества регулярных процессов [1, 2]. Учитывая каноническое разложение (3) регулярных процессов и нормировку $M \| \xi(t) \|^2 = 1$, можно утверждать, что $\hat{\xi}_j(t) = \sum\limits_{m=1}^{M} \int\limits_{-\infty}^{0} g_{mj}(t-u)\, d\eta_m(u)$ и множество стратегий первого игрока — это множество функций $g_m(u)$, $m=\overline{1, M}$ со значениями в X, $g_m(u)=0$ при $u<0$, удовлетворяющих ограничению

$$\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\int_0^{\infty} g_{mj}^2(u)\,du = M\,\|\xi(t)\|^2 = 1. \tag{4}$$

Учитывая все сказанное, получаем

$$\min\|A\xi-\hat{A}\xi\|^2=\sum_{j=1}^{\infty}M\left[\int_0^{\infty}a_j(t)\,(\xi_j(t)-\hat{\xi}_j(t))\,dt\right]^2=$$

$$=\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}a_j(t)\,a_j(s)\sum_{m=1}^{M}\int_0^{\min(s,t)}g_{mj}(t-u)\,g_{mj}(s-u)\,dudsdt=$$

$$=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}g_{mj}(x)\,g_{mj}(y)\int_0^{\infty}a_j(x+u)\,a_j(y+u)\,dudxdy=$$

$$=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}K_j(x, y)\,g_{mj}(x)\,g_{mj}(y)\,dxdy.$$

Так как функция $a(t)$ удовлетворяет условию $\int_0^{\infty} t\,\|a(t)\|^2\,dt<\infty$, то при каждом $j=1, 2, \ldots$ оператор K_j в $L_2([0, \infty))$, заданный ядром $K_j(x, y)$, — симметричный вполне непрерывный. Учитывая нормировку (4) и условия, которым удовлетворяет функция $a(t)$, получаем $\max\min\|A\xi-\hat{A}\xi\|^2=\max\limits_j\lambda_j^{(1)}=\lambda$, где $\lambda_j^{(1)}$ — наибольшее собственное значение оператора K_j [4].

Перед тем как приступать к вычислению $\min\max\|A\xi-\hat{A}\xi\|^2$, рассмотрим игру, в которой $A_T\xi=\int_0^T\langle a(t), \xi(t)\rangle\,dt$, $T\in N_+$. Для такой игры

$$\min\|A_T\xi-\hat{A}_T\xi\|^2=\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^T\int_0^T a_j(t)\,a_j(s)\sum_{m=1}^{M}\int_0^{\min(s,t)}g_{mj}(t-u)\,g_{mj}(s-u)\times$$

$$\times\,dudsdt=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\int_0^T\int_0^T g_{mj}(x)\,g_{mj}(y)\int_0^{\min(T-x, T-y)}a_j(x+u)\,a_j(y+u)\times$$

$$\times\,dudxdy=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{M}\int_0^T\int_0^T K_j^T(x, y)\,g_{mj}(x)\,g_{mj}(y)\,dxdy.$$

Учитывая нормировку (4) и свойства функции $a(t)$, получаем $\max\min\|A_T\xi-\hat{A}_T\xi\|^2=\max\limits_j\lambda_{Tj}^{(1)}=\lambda_T$, где $\lambda_{Tj}^{(1)}$ — максимальное собственное значение ядра $K_j^T(x, y)$.

Найдем значение $\min\max \| A_T\xi - \hat{A}_T\xi \|^2$. Для этого аппроксимируем каждую функцию $a_j(t) = \langle a(t), e_j \rangle$ ступенчатой функцией $a_j^{(n)}(t) = a_j(\nu/n) = a_{\nu j}$ при $\nu/n \leqslant t < (\nu+1)/n$. Поскольку функции $a_j(t)$ непрерывны и $M \| \xi(t) \|^2 = 1$, то, заменяя $A_T\xi$ на $A_T^{(n)}\xi = \int\limits_0^T \langle a^{(n)}(t), \xi(t) \rangle \, dt$, мы допускаем произвольно малую ошибку в связи с $\sum\limits_{j=1}^{\infty} M [A_{Tj}\xi - A_{Tj}^{(n)}\xi]^2 \to 0$ при $n \to \infty$. Обозначим через C класс всех линейных экстраполяционных формул, полученных из стационарной последовательности $\xi(\nu) = n \int\limits_{\nu/n}^{(\nu+1)/n} \xi(t)\, dt$.

Значение $\min\max \| A_T^{(n)}\xi - \hat{A}_T^{(n)}\xi \|^2$, где минимум берется по всем линейным экстраполяционным формулам по наблюдениям процесса $\xi(t)$ при $t \leqslant 0$, а максимум — по всем стационарным процессам $\xi(t)$, $M\xi(t) = 0$, $M \| \xi(t) \|^2 = 1$, не превосходит $\min\max \| A_T^{(n)}\xi - \hat{A}_T^{(n)}\xi \|^2$, если минимум берется по C, а максимум — по классу D всех стационарных случайных последовательностей $\xi(k)$ со значениями в X, $M\xi(k) = 0$, $M \| \xi(k) \|^2 = 1$. Используя спектральное представление регулярных стационарных последовательностей со значениями в X, можем записать

$$\| A_T^{(n)}\xi - \hat{A}_T^{(n)}\xi \|^2 = \sum_{j=1}^{\infty} M \left[(1/n) \sum_{\nu=0}^{Tn-1} a_{\nu j}\xi_j(\nu) - \sum_{\nu=-\infty}^{-1} c_{\nu j}\xi_j(\nu) \right]^2 =$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} M \left[\sum_{\nu=-\infty}^{Tn-1} b_{\nu j}\xi_j(\nu) \right]^2 = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\nu=-\infty}^{Tn-1} \sum_{\mu=-\infty}^{Tn-1} b_{\nu j} b_{\mu j} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda(\nu-\mu)} \times$$

$$\times \langle f(\lambda) e_j, e_j \rangle \, d\lambda = \sum_{j=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} | b_j(\lambda) |^2 \langle f(\lambda) e_j, e_j \rangle \, d\lambda.$$

Здесь $b_j(\lambda) = \sum\limits_{\nu=0}^{Tn-1} (1/n) a_{\nu j} e^{i\nu\lambda} - \sum\limits_{\nu=-\infty}^{-1} c_{\nu j} e^{i\nu\lambda}$. Учитывая, что $\xi(k) \in D$ и, следовательно,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \langle f(\lambda) e_j, e_j \rangle \, d\lambda = M \| \xi(k) \|^2 = 1, \tag{5}$$

находим

$$\max_{\xi \in D} \| A_T^{(n)}\xi - \hat{A}_T^{(n)}\xi \|^2 = \max_{f \in \tilde{D}} \sum_{j=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} | b_j(\lambda) |^2 \langle f(\lambda) e_j, e_j \rangle \, d\lambda =$$

$$= \max_j \max_\lambda | b_j(\lambda) |^2.$$

Через $\tilde{D}$ обозначено множество спектральных плотностей стационарных регулярных случайных последовательностей со значениями в X, ядерная норма которых удовлетворяет условию (5).

Для того чтобы найти $\max\limits_{\lambda} |b_j(\lambda)|^2$, используем один результат [1, 5]. Рассмотрим класс всех степенных рядов $f(z)$, регулярных при $|z|<1$ и начинающихся с заданных членов $\sum\limits_{k=0}^{n} d_k z^k$. Обозначим через μ_n^2 наибольшее собственное значение матрицы с элементами $h_{pq} = d_p\bar{d}_q + d_{p-1}\bar{d}_{q-1} + \ldots + d_0\bar{d}_{q-p}$ при $p \leqslant q$, $h_{qp} = \bar{h}_{pq}$, $p, q = 0, 1, \ldots, n$. Тогда $\max\limits_{|z|=1} |f(z)|^2 \geqslant \mu_n^2$, причем равенство имеет место для функций вида $f(z) = \mu_n e^{i\gamma} \prod\limits_{k=1}^{n} (z+\omega_k)(1+\bar{\omega}_k z)^{-1}$, где γ — вещественно, а $|\omega_k|<1$. Отсюда следует, что для определения $\max\limits_{\lambda} |b_j(\lambda)|^2$ нужно найти наибольшее собственное значение μ_{Tnj}^2 симметричной матрицы с элементами $h_{pq} = n^{-2}[a_j(T-p/n) \times a_j(T-q/n) + a_j(T-(p-1)/n)\, a_j(T-(q-1)/n) + \ldots + a_j(T) \times a_j(T-(q-p)/n)]$, $p \leqslant q$; $h_{qp} = h_{pq}$; $p, q = 0, 1, \ldots, T_{n-1}$. В силу того, что функция $a(t)$ слабо непрерывна и, следовательно, $a_j(t)$ непрерывны для всех $j = 1, 2, \ldots$ при $p/n \to x$, $q/n \to y$, получим

$$\lim_{n\to\infty} nh_{pq} = \int\limits_0^{\min(x,y)} a_j(T-x+u)\, a_j(T-y+u)\, du = K_j^T(T-x, T-y).$$

Отсюда вытекает, что $\lim\limits_{n\to\infty} \mu_{Tnj}^2 = \lambda_{Tj}^{(1)}$ есть наибольшее собственное значение ядра $K_j^T(x, y)$.

Мы показали, что $\min\max \|A_T\xi - \hat{A}_T\xi\|^2 \leqslant \max\limits_j \lambda_{Tj}^{(1)} = \lambda_T = \max\min \|A_T\xi - \hat{A}_T\xi\|^2$, и в силу того, что здесь возможно только равенство, получили такой результат.

Лемма. Описанная выше игра с функцией выигрыша $\|A_T\xi - \hat{A}_T\xi\|^2$ имеет решение в чистых стратегиях. Цена игры λ_T равна максимуму среди всех наибольших собственных значений $\lambda_{Tj}^{(1)}$ симметричных ядер $K_j^T(x, y) = \int\limits_0^{\min(T-x, T-y)} a_j(x+u)\, a_j(y+u)\, du$. Оптимальной стратегией первого игрока будет случайный процесс с компонентами $\langle \xi(t), e_k \rangle = \delta_{kj} \int\limits_{t-T}^{t} g_j^T(t-u)\, d\eta(u)$, $k = 1, 2, \ldots$. Оптимальной стратегией второго игрока будет оценка

$$\hat{A}_T\xi = \int\limits_0^T \langle a(t), \hat{\xi}(t) \rangle\, dt,$$

$$\langle \hat{\xi}(t), e_k \rangle = \delta_{kj} \int_{t-T}^{0} g_j^T(t-u)\, d\eta(u), \quad k = 1, 2, \ldots .$$

Здесь $g_j^T(u)$ — собственная функция, отвечающая максимальному собственному значению $\lambda_{Tj}^{(1)} = \lambda_T$ ядра $K_j^T(x, y)$.

Вычислим минимакс исходной задачи. Так как $\| A\xi - A_T\xi \|^2 \to 0$ при $T \to \infty$ и, кроме того, для всех $j = 1, 2, \ldots$ оператор K_j^T, заданный ядром $K_j^T(x, y)$, аппроксимирует по норме оператор K_j, то $\lim\limits_{T\to\infty} \lambda_{Tj}^{(1)} = \lambda_j^{(1)}$, где $\lambda_{Tj}^{(1)}$, $\lambda_j^{(1)}$ — максимальные собственные числа операторов K_j^T и K_j соответственно [6]. Таким образом, мы показали, что справедлива следующая теорема.

Теорема. Описанная во введении игра имеет решение в чистых стратегиях. Цена игры λ равна максимуму среди всех наибольших собственных значений $\lambda_j^{(1)}$ симметричных вполне непрерывных операторов K_j, $j = 1, 2, \ldots$ в $L_2([0, \infty))$, заданных ядрами $K_j(x, y) = \int\limits_0^\infty a_j(x+u)\, a_j(y+u)\, du$. Оптимальной стратегией первого игрока будет случайный процесс с компонентами

$$\langle \xi(t), e_k \rangle = \delta_{kj} \int_{-\infty}^{t} g_j(t-u)\, d\eta(u), \quad k = 1, 2, \ldots .$$

Оптимальной стратегией второго игрока будет оценка

$$\hat{A}\xi = \int_0^\infty \langle a(t), \hat{\xi}(t) \rangle\, dt, \qquad \langle \hat{\xi}(t), e_k \rangle = \delta_{kj} \int_{-\infty}^{0} g_j(t-u)\, d\eta(u),$$
$$k = 1, 2, \ldots .$$

Здесь $g_j(u)$ — собственная функция, отвечающая максимальному собственному значению $\lambda_j^{(1)} = \lambda$ оператора K_j.

1. *Grenander U.* A prediction problem in game theory.— Arc. för Matematik, 1957, 3, N 4. 2. *Kallianpur G., Mandrekar V.* Multiplicity and representation theory of purely non-deterministic stochastic processes.— Теория вероятностей и ее применения, 1965, 10, вып. 4. 3. *Розанов Ю. А.* Теория обновляющих процессов. М., 1974. 4. *Рисс Ф., Секефальви-Надь Б.* Лекции по функциональному анализу. М., 1979. 5. *Гренандер У., Сеге Г.* Теплицевы формы и их приложения. М., 1961. 6. *Гулд С.* Вариационные методы в задачах на собственные значения. М., 1970.

Поступила в редколлегию 03.01.80

M. P. Moklyachuk

ON A PROBLEM IN GAME THEORY AND EXTRAPOLATION OF RANDOM PROCESSES WITH VALUES IN HILBERT SPACE

A two-person zero-sum game is considered. Player I chooses a stationary random process $\xi(t)$ with values in a separable Hilbert space X, $M\xi(t) = 0$, $M\,\|\xi \times$

$\times (t) \|^2 = 1$. Player II estimates $\int_0^1 \langle a(t), \xi(t) \rangle dt$ where $a(t)$ — fixed weak-conti-
nuous function with values in X, $\int_0^1 \| a(t) \|^2 dt < \infty$, using the values of $\xi(t)$ whe-
$t \leqslant 0$. Payoff is equal to value of the estimation error.

УДК 519.21

Е. И. ОСТРОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук
Обнинский филиал МИФИ

ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ДВУМЕРНЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ

Пусть B — сепарабельное банахово пространство и P — вероятностная предмера его цилиндрических подмножеств [1, с. 381]. Задача нахождения условий продолжимости P в меру на пространстве B стала уже классической. Для гильбертова пространства она решена полностью [1, с. 406], а в общем случае даже для гауссовских мер речь может идти только о достаточных условиях. Для пространства $C[0, 1]^r$ имеются результаты [2—4] и др. Цель нашей работы состоит в нахождении достаточных условий, налагаемых на двумерные распределения P, при выполнении которых P продолжается в вероятностную меру, сосредоточенную на B. Сразу же оговоримся, что наши методы рассчитаны на пространства типа $C(T)$, где T — хаусдорфов компакт; случай пространств, не содержащих l_n, изложен в работе [5].

Назовем пространство U рефлексивно вложенным в B, если пространства U и U^{**} — замкнутые подпространства B. Примерами рефлексивных вложений могут служить конечномерные и гильбертовы вложения; вложение пространства H_α-функций, удовлетворяющих условию Гёльдера порядка $\alpha > 0$, в $C[0, 1]^r$.

Обозначим через T единичный шар пространства U^*, $\rho(t, s)$ — некоторую непрерывную в топологии $\tau(U, U^*)$ псевдометрику на T, $N(\rho, \varepsilon)$ — мощность наименьшей ε-сети T относительно метрики $\rho(t, s)$. Величина $H = \log_2 N(\xi, \varepsilon)$ обычно называется энтропией T.

Для определенной при $x > 0$ функции $f(x)$ преобразованием Юнга — Фенхеля называется функция $f^*(x) = \sup\limits_{x>0} (xy - f(x))$. Ко-преобразованием Юнга—Фенхеля назовем функцию $f_*(y) = \inf\limits_{x>0} (xy + f(x)) = f^*(-y)$. Свойства преобразований Юнга—Фенхеля изложены в работе [6, с. 183—197].

Теорема 1. Пусть T — хаусдорфов компакт, $\xi(t)$ — сепарабельное случайное поле, $t \in T$. Если существует непрерывная псевдометрика $\rho(t, s)$ на T такая, что для некоторого $C > 0$ сходит-