Таким образом, по (30) — (33) и (35)

$$\left[\varphi\left(\frac{3t}{\sqrt{n}}\right)\right]^{[\sqrt{n}]} E\,(\delta_2 e^{it\tilde{S}}) = \theta_5 \frac{|t|^3}{n}\left[\varphi\left(\frac{3t}{\sqrt{n}}\right)\right]^{n-3}, \qquad (36)$$

где $|\theta_5| \leqslant 1$.

Очевидно, что интеграл по области $|t| \leqslant \varepsilon_2 \sqrt{n}$ от выражения справа в (36) ведет себя как $O\,(1/n)$.

Не намного сложнее обстоит дело с доказательством того, что соответствующие интегралы от последних трех слагаемых справа в (29) имеют при больших n порядок $O\,(1/n)$. Стало быть,

$$I_1 = O(1/n). \qquad (37)$$

Из (8)—(9), (27)—(28) и (37) вытекает (2). Теорема доказана.

В заключение отметим, что изложенным методом без особого труда доказывается также локальная предельная теорема для статистики Спирмена. По нашим интуитивным соображениям сомножитель $\sqrt{\ln n}$ в (2) излишен.

1. *Huskova M.* The rate of convergence of simple linear rank statistics under hypothesis and alternatives.— Ann. Statist., 1977, **5**, 4. 2. *Hoeffding W.* A class of statistics with asymptotically normal distribution.— Ann. Math. Statist., 1948, **19**, 3. 3. *Biskel P. J.* Edgeworth expansions in nonparametric statistics.— Ann. Statist., 1974, **2**, 1.

Поступила в редколлегию 28.12.79

V. S. Korolyuk, Yu. V. Borovskih

APPROXIMATION OF THE DISTRIBUTION OF SPIRMEN'S RANK COEFFICIENT OF CORRELATION

In this paper the speed of convergence for Spirmen's statistics is investigated.

УДК 519.21

А. Г. КУКУШ, мл. науч. сотр.
Киевский университет

ЦЕНТРАЛЬНАЯ ПРЕДЕЛЬНАЯ ТЕОРЕМА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ В ТЕРМИНАХ МЕТРИКИ ЛЕВИ—ПРОХОРОВА

Пусть H — сепарабельное гильбертово пространство бесконечной размерности. Для вероятностных мер на борелевской σ-алгебре в H вводится метрика Леви—Прохорова

$$L(\mu, \nu) \overset{\mathrm{df}}{=} \inf\{\varepsilon > 0 \mid \forall F \in \mathfrak{F}\ \mu(F) \leqslant \nu(F_\varepsilon) + \varepsilon,\ \nu(F) \leqslant \mu(F_\varepsilon) + \varepsilon\}, \qquad (1)$$

где $\mathfrak{F}$ — семейство всех замкнутых множеств в H, $F\varepsilon = \{y : \rho\ (y, F) \leqslant \varepsilon\}$. Введенная метрика метризует слабую сходимость мер. Мы получим для метрики L некоторые неравенства, представляющие самостоятельный интерес, а затем воспользуемся результатами В. И. Паулаускаса [1] и оценим скорость сходимости в центральной предельной теореме через метрику L.

1. Метрика Леви — Прохорова и расхождение мер на выпуклых множествах. Известна оценка Дадли [2]

$$L^2(\mu, \nu) \leqslant \sup \left| \int f d\mu - \int f d\nu \right| \leqslant 3L(\mu, \nu), \tag{2}$$

верхняя грань берется по всем функциям $f : H \to R$, ограниченным по модулю единицей и удовлетворяющим условию Липшица с константой 1.

Пусть ξ, η — случайные элементы в H. Тогда из (1) следует

$$L(C\xi, C\eta) \leqslant \max(|C|, 1) \times L(\xi, \eta), \quad C \in R, \tag{3}$$

где под расстоянием между элементами понимается расстояние между соответствующими мерами.

Пусть μ и ν — некоторые меры в H со средними значениями a, $b \in H$. Положим

$$m_k^{(2)} = \max \left\{ \int (x - (a + b)/2, e_k)^2 d\mu(x), \right.$$
$$\left. \int (x - (a + b)/2, e_k)^2 d\nu(x) \right\}, \tag{4}$$

где $\{e_k\}$ — ортонормированный базис в H. Введем следующие две шкалы функций ($\alpha > 0$; $\ln_k(x)$ — k-я итерация логарифма): $f_0(x, \alpha) = e^{\alpha x}$, $f_1(x, \alpha) = x^{1+\alpha}$, $f_2(x, \alpha) = x \ln^{1+\alpha} x, \ldots, f_{n+1}(x, \alpha) = x \ln x \times \ln_2 x \ldots \ln_{n-1} x (\ln_n x)^{1+\alpha}, \ldots$; $F_0(y) = \exp(\sqrt{\ln y})$, $F_1(y) = \ln y$, $F_2(y) = \ln_2 y, \ldots, F_n(y) = \ln_n y, \ldots$.

Теорема 1. Пусть при некоторых $A > 0$, $p \in N \cup \{0\}$ и $\alpha > 0$ для всех $k \in N$ выполняется неравенство

$$m_k^{(2)} \leqslant A^2 / f_p(k, \alpha). \tag{5}$$

Тогда в случае $\Delta < 1/\exp_{p-1}(1)$ (при $p \geqslant 2$) найдутся такие положительные константы $B_p(\alpha)$, $C_p(\alpha)$, при которых справедливо неравенство

$$L(\mu, \nu) \leqslant \max(A, 1) \cdot B_p(\alpha) / F_p^{C_p(\alpha)}(1/\Delta).$$

Эти константы обладают следующими свойствами: $B_p(\alpha) \to +\infty$, $C_p(\alpha) \to 0$, $\alpha \to +0$; $B_p(\alpha) \to 0$, $C_p(\alpha) \to +\infty$, $\alpha \to +\infty$.

Доказательство. Можно считать $a + b = 0$; в противном случае нужно сдвинуть рассматриваемые множества на $(a + b)/2$. Пусть ε — произвольное положительное число. Меры μ и ν с точностью до ε сосредоточены на некотором компакте

$$K_\varepsilon = \left\{ x : \| x \| \leqslant A_1, \quad \left\| x - \sum_{i=1}^{n_1} (x, e_i) e_i \right\| \leqslant \right.$$

$$\left. \leqslant A_2, \ldots, \left\| x - \sum_{i=1}^{n_m} (x, e_i) e_i \right\| \leqslant A_{m+1}, \ldots \right\}.$$

Здесь $n_0 = 0$, $\{n_m, m \geqslant 0\}$ — монотонно возрастающая последовательность целых чисел, $\{A_m\}$ монотонно убывает к нулю. Пусть i_δ — это такой наименьший номер, что $A_{i_\delta+1} \leqslant \delta/2$. В подпространстве, натянутом на $\{e_i, 1 \leqslant i \leqslant i_\delta\}$, построим кубическую решетку с гранями, параллельными осям $\{e_i\}$, и периодом $h = \delta/\sqrt{n_{i_\delta}}$. Опишем в центрах гиперкубов шары радиуса δ. Элементом покрытия компакта K_ε сделаем пересечение такого шара и цилиндрического множества, в основании которого находится концентрический гиперкуб решетки. Некоторое конечное число элементов $N_\varepsilon(\delta)$ покроет компакт K_ε; элементы покрытия можно считать множествами непрерывной μ и ν меры.

Используя (2), можно оценить $L(\mu, \nu)$ по схеме, которая приведена в работе [3] для мер на прямой. Получаем

$$L^2(\mu, \nu) \leqslant 4\varepsilon + N_\varepsilon(\varepsilon) \Delta_\varepsilon(\mu, \nu), \tag{6}$$

где $\Delta_\varepsilon(\mu, \nu) = \sup |\mu(B) - \nu(B)|$, верхняя грань берется по элементам покрытия K_ε при заданном $\delta = \varepsilon$. Оценим $N_\varepsilon(\delta)$:

$$N_\varepsilon(\delta) \leqslant \prod_{i=1}^{i_\delta} (A_i/(\delta/\sqrt{n_{i_\delta}}) + 1)^{n_i - n_{i-1}}.$$

Рассмотрим случай $m_k^{(2)} \leqslant 1/k^{1+\alpha}$, $\alpha > 0$, $k \in N$. Выберем числа $\{n_i\}$, $\{A_i\}$ так, чтобы

$$\mu\left(\left\{x : \left\| x - \sum_{i=1}^{n_i} (x, e_i) e_i \right\| \geqslant A_{i+1} \right\}\right) \leqslant \varepsilon/2^{i+2}, \quad i \geqslant 0$$

и аналогичное неравенство выполнялось для ν. Это можно сделать в терминах $\{m_k^{(2)}\}$ и использовать наше ограничение на вторые моменты. Положим

$$n_i = 2^{[2i/\alpha]+1}; \qquad A_i = \sqrt{8/\alpha\varepsilon} \cdot 2^{-i/2}, \quad i \geqslant 1.$$

Номер i_ε определяется из неравенства

$$i_\varepsilon \geqslant -1 + 2\log_2(2\sqrt{8/\alpha}) + 3\log_2(1/\varepsilon).$$

Главный по порядку сомножитель в $N_\varepsilon(\varepsilon)$ будет $n_{l_\varepsilon}^{n_{l_\varepsilon}/2}$. Легко показать, что

$$N_\varepsilon(\varepsilon) \leqslant C_1(\alpha)\,(C_2(\alpha)/\varepsilon)^{(C_3(\alpha)/\varepsilon)^{6/\alpha}}. \qquad (7)$$

Оценим метрику Леви — Прохорова через расхождение мер на всех выпуклых замкнутых множествах $\Delta(\mu, \nu)$. Подставляя (7) в (6) и минимизируя правую часть неравенства (6) с учетом соотношения $\Delta_\varepsilon(\mu, \nu) \leqslant \Delta(\mu, \nu)$, получаем

$$L(\mu, \nu) \leqslant D(\alpha)/(\ln(1/\Delta))^{E\alpha},$$

где $0 < E < 1/12$ фиксировано; $D(\alpha) \to 0$, $\alpha \to +\infty$; $D(\alpha) \to +\infty$, $\alpha \to +0$; $D(\alpha) > 0$.

Аналогично рассматриваются случаи, когда ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} m_k^{(2)}$ сходится.

Следствие. Пусть μ и ν — вероятностные борелевские меры в R^m со средними значениями a, $b \in R^m$; $\{e_i\ 1 \leqslant i \leqslant m\}$ — ортонормированный базис в R^m. Определим $m_k^{(2)}$, $1 \leqslant k \leqslant m$ по формуле (4), где интегралы понимаются как интегралы по R^m. Пусть $m_k^{(2)} > 0$, $1 \leqslant k \leqslant m$. Тогда при достаточно малых $\Delta(\mu, \nu)$

$$L(\mu, \nu) \leqslant C_m \left(\prod_{k=1}^{m} m_k^{(2)}\right) \Delta(\mu, \nu)^{1/(3m+2)},$$

где C_m зависит только от размерности и произведения вторых моментов.

Действительно, в качестве K_ε можно взять брус, и подсчет, аналогичный проделанному в доказательстве теоремы 1, дает

$$N_\varepsilon(\varepsilon) \leqslant m^m \cdot 2^{3m/2} \varepsilon^{-3m/2} \sqrt{\prod_{k=1}^{m} m_k^{(2)}} \prod_{k=1}^{m} \max(1, \varepsilon/(m\sqrt{2m_k^{(2)}})).$$

Подставляя последнее неравенство в (6) и минимизируя правую часть (6) по ε с учетом оценки $\Delta_\varepsilon \leqslant \Delta$, получаем искомое неравенство.

Пусть теперь мера ν является гауссовской в H, а мера μ—продакт-мерой относительно собственного базиса корреляционного оператора меры $\nu : \nu = \bigotimes\limits_{i=1}^{\infty} N(a_i, \sigma_i^2)$, $\mu = \bigotimes\limits_{i=1}^{\infty} \mu_i$, μ_i имеет среднее a_i и дисперсию σ_i^2.

Легко получить, пользуясь теоремой Фубини:

$$\Delta(\mu, g) \leqslant 2 \sum_{i=1}^{\infty} \sup_{(x \in R)} |F_{\mu_i}(x) - F_{N_i}(x)|,$$

где F с индексами — соответствующие функции распределения.

Пусть все μ_i обладают моментами любых порядков, причем

$$|s_i^{(k)}| \leqslant k! H_i/(\Delta_i)^k, \quad i \geqslant 1, \quad k \geqslant 3,$$

$s_i^{(k)}$ — семиинвариант меры μ_i.

Пользуясь леммой В. А. Статулявичуса [4], получаем следую-
ю теорему.

Теорема 2. Пусть для σ_k^2 выполнено при некотором p нера-
ство (5). Тогда

$$L(\mu, \nu) \leqslant \max(A, 1) \cdot B_p(\alpha)/F_p^{C_p(\alpha)}(1/(2C\omega)),$$

$\omega = \sum_{i=1}^{\infty} (H_i + 1)/(\Delta_i \sigma_i)$, C — абсолютная константа из леммы
А. Статулявичуса.

Сравним этот результат с оценкой, приведенной в работе [3]:

$$L(\mu, \nu) \leqslant C_1 \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{((H_i + 1)/\Delta_i)^{2/5} + (H_i + 1)/(\Delta_i \sigma_i)}.$$

Для сходимости этого ряда необходимо, чтобы

$$\sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{(H_i + 1)/(\Delta_i \sigma_i)} < \infty,$$

о время как теорема 2 применима, если

$$\sum_{i=1}^{\infty} (H_i + 1)/(\Delta_i \sigma_i) < \infty,$$

является менее ограничительным условием.

Если меры имеют достаточно сложную структуру, характе-
:тика $\Delta(\mu, \nu)$ оказывается неудобной для оценки близости
х мер. Дело в том, что к $\Delta(\mu, \nu)$ неприменимы неравенства типа
аживания, поскольку вероятностная мера в гильбертовом про-
анстве с точностью до ε сосредоточена на границе некоторого вы-
клого множества, ε сколь угодно мало. Однако к величине Δ_ε (μ,
уже можно применять неравенства сглаживания.

**2. Скорость сходимости в центральной предельной теореме в
минах метрики Леви—Прохорова.** Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ — неза-
:имые одинаково распределенные случайные элементы со значе-
ями в H и распределением μ, $E\xi_i = 0$, $E\|\xi_i\|^3 < \infty$; T — корре-
ционный оператор меры μ, T невырожден; g — гауссовское рас-
:деление в H с нулевым средним и корреляционным оператором
γ — соответствующий случайный элемент; $\{e_i\}$ — собственный
зис оператора T, $\{\sigma_k^2\}$ — соответствующие собственные значения.
означим $\nu_3 = \int_H \|x\|^3 |\mu - g|(dx)$ псевдомомент третьего порядка.

Теорема 3. Пусть $(\xi_1, e_i - e_j)$ и $((\xi_1 - h)/\|\xi_1 - h\|, e_i)$ — неатомические случайные величины для всех $i, j \in N$, $i \neq j$, $h \in H$; $a^2/d_p(k) \leqslant \sigma_k^2 \leqslant A^2/f_p(k, \alpha)$, $k \geqslant 1$, где a и A — некоторые константы,

$$d_p(x) = \begin{cases} \exp(x^2), & p = 0, \\ x^x, & p \geqslant 1. \end{cases}$$

Тогда $L((\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_n) n^{-1/2}, \gamma) \leqslant C(T)/F_p^{C_p(\alpha)}(n/\nu_3^2)$, где $C(T)$ зависит только от оператора T, поведение величины $C_p(\alpha)$ описано в теореме 1.

Доказательство. Ограничимся только случаем $p = 1$. Пусть μ_n — распределение случайного элемента $n^{-1/2} \sum_{i=1}^{n} \xi_i$. Воспользуемся формулой (6). Величина $N_\varepsilon(\varepsilon)$ дается формулой (7). Для оценки $\Delta_\varepsilon(\mu_n, g)$ рассмотрим произвольный элемент покрытия компакта K_ε при $\delta = \varepsilon$. Элемент D есть пересечение цилиндрического множества

$$\{x : u_1 - \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}) \leqslant x_1 \leqslant u_1 + \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}),$$

$$u_2 - \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}) \leqslant x_2 \leqslant u_2 + \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}), \ldots,$$

$$u_{n_{i_\varepsilon}} - \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}) \leqslant x_{n_{i_\varepsilon}} \leqslant u_{n_{i_\varepsilon}} + \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}})\}$$

и шара $\left\{x : \left\| x - \sum_{i=1}^{n_{i_\varepsilon}} u_i e_i \right\| < \varepsilon\right\}$. Обозначим $y_\varepsilon = \sum_{i=1}^{n_{i_\varepsilon}} u_i e_i$. Элемент D лежит в шаре с центром в нуле и радиусом порядка $\varepsilon^{-1/2}$. Оценим $|\mu_n(D) - g(D)|$. Такого рода оценки получены в работе [1], однако там предполагалась C^3-гладкость границы множества D. В нашем случае гладкость распределения μ компенсирует недостаточную гладкость границы множества D. Наши дальнейшие построения повторяют ход рассуждений [1], поэтому мы ограничимся лишь минимальными пояснениями.

Обозначим $d_D(x) = \sup\{t > 0 : tx\|x\|^{-1} + y_\varepsilon \in D\}$, $x \neq 0$. Тогда

$$m_1 = \inf_{x \neq 0} d_D(x) = \varepsilon/(2\sqrt{n_{i_\varepsilon}}), \quad m_2 = \sup_{x \neq 0} d_D(x) = \varepsilon.$$

Пусть $k = m_1/m_2$. Определим функцию $A(x) = m_1 x/d_D(x)$, $x \neq 0$; $A(0) = 0$; $f_{i,\delta}$ — две функции из R в $[0, 1]$ со свойствами

$$f_{1,\delta} = \begin{cases} 1, & x \leqslant m_1, \\ 0, & x \geqslant m_1 + k\delta, \end{cases} \qquad f_{2,\delta} = f_{1,\delta}(x + K\delta),$$

$\delta \in C^3$, $|f_{1,\delta}^{(3)}(x)| \leqslant C(K\delta)^{-3}\chi_{[m_1, m_1+K\delta]}(x)$; $g_{i,\delta}(x) = f_{i,\delta}(\| A(x-y_e)\|)$.
ункции $g_{i,\delta}$ аппроксимируют множество D:

$$g_{1,\delta}(x) = \begin{cases} 1, & x \in D, \\ 0, & x \in D_\delta^c, \end{cases} \quad g_{2,\delta}(x) = \begin{cases} 1, & x \in D_{-\delta} = (D^c)_\delta^c, \\ 0, & x \in D^c, \end{cases} \ |g_{i,\delta}(x)| \leqslant 1.$$

ти функции почти всюду по мерам μ_n и g трижды дифференци- емы по Фреше; третья производная непрерывна и ограничена на крытом множестве полной μ_n-и g-меры. Далее,

$$|\mu_n(D) - g(D)| \leqslant \max_{i=1,2} \left| \int_H g_{i,\delta}(x)(\mu_n - g)(dx) \right| + g((\partial D)_\delta), \quad (8)$$

е $(\partial D)_\delta = D_\delta \diagdown D_{-\delta}$.

Интегралы в правой части при $i=1$ и $i=2$ оцениваются ана- огично. Оценим интеграл с функцией $g_{1,\delta}$. Обозначим $\widetilde{\mu}_n(A) = \mu(\sqrt{n}A)$, g_n — гауссовская мера с нулевым средним и корреля- ионным оператором T/n, $\widetilde{\mu}_{n,k} = \underbrace{\widetilde{\mu}_n * \ldots * \widetilde{\mu}_n}_{k}$, $g_{n,k}$—гауссовская ме- а с нулевым средним и корреляционным оператором kT/n,

$$H_1(A) = (\widetilde{\mu}_n - g_n)(A), \quad K_i = \widetilde{\mu}_{n,i-1} * g_{n,n-i}.$$

огда

$$V = \left| \int_H g_{1,\delta}(x)(\mu_n - g)(dx) \right| \leqslant \sum_{i=1}^n |V_i|,$$

де $V_i = \int_H h_{i,\delta}(y) H_1(dy)$, $h_{i,\delta}(y) = \int_H g_{1,\delta}(y+z) K_i(dz)$.

В силу гладкости мер μ и g функция $g_{1,\delta}(y+z)$ при каждом $\in H$ на некотором открытом множестве полной K_i-меры имеет епрерывную и ограниченную третью производную в смысле Фреше о z. Поэтому $h_{i,\delta} \in C^3$. Раскладывая функцию $h_{i,\varepsilon}$ по формуле Тей- ора до третьего порядка, получаем

$$|V_i| \leqslant \sup_{y \in H} \| D^{(3)} h_{i,\delta}(y) \| \cdot \int_H \|y\|^3 |H_1(dy)|/6.$$

Далее, $\| D^{(3)} h_{i,\delta}(y) \|$ оцениваем через $\| D^{(3)} g_{1,\delta}(y) \|$. Проводя вы- исления отдельно для плоских частей и сферических сегментов оверхности ∂D аналогично работам [1, 5], получаем $\| D^{(3)} h_{i,\delta}(y) \| \leqslant C(K\delta)^{-3}$, C — абсолютная константа.

Итак, $V_i \leqslant \widetilde{C}(K\delta)^{-3} \nu_3 n^{-3/2}$.

Для оценки $g((\partial A)\delta)$ воспользуемся следующим предложением.

Предложение [6]. Пусть ν — гауссовская мера в H с нулевым средним и корреляционным оператором B. Тогда

$$\sup_{r\geqslant 0} \nu(\{x : r \leqslant \|x-a\| \leqslant r+\delta\}) \leqslant C(B)(1+\|a\|)\delta.$$

Множество $(\partial D)_\delta$ состоит из окрестностей сферических сегментов с центром в шаре $S(0, R)$, $R \sim \varepsilon^{-1/2}$ и из окрестностей плоских участков поверхности. Поэтому

$$g((\partial D)_\delta) \leqslant \left[C(T)(1+\varepsilon^{-1/2}) + \sum_{i=1}^{n_{l_\varepsilon}} 2/(\sqrt{2\pi}\,\sigma_i)\right]\delta,$$

что в сочетании с ограничениями на дисперсии снизу дает искомые неравенства после минимизации (8) по δ, а затем (6) по ε. Теорема доказана.

Таким путем можно получить оценки, порядок которых по n не устремляется к бесконечности при вырождении дисперсий. Для этого нужно только покрывать компакт K_ε шарами. Однако непонятно, как оценить при больших размерностях характеристику m_1 пересечения конечного числа шаров регулярного покрытия пространства R^N.

Замечание. По приведенной схеме можно получить оценки в терминах метрики Леви — Прохорова и в центральной предельной теореме для конечномерного пространства. Сформулируем результат, который вытекает из следствия и оценок величины Δ [7].

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ — независимые одинаково распределенные случайные векторы со значениями в R^m, $EX_1 = 0$, $\operatorname{Cov}(X_1) = I$, $E\|X_1\|^3 < \infty$. Тогда

$$L\left(n^{-1/2}\sum_{j=1}^{n} x_j,\ N(0, T)\right) \leqslant C(m)(E\|X_1\|^3/\sqrt{n})^{1/(3m+2)},$$

где C зависит только от размерности.

1. *Паулаускас В. И.* О сходимости некоторых функционалов от сумм независимых случайных величин в банаховом пространстве.— Литовский мат. сборник, 1976, **16**, № 3. 2. *Dudley R. M.* Distances of probability measures and random variables.— Ann. Math. Statist., 1968, **39**, N 5. 3. *Кукуш А. Г.* Слабая сходимость мер и сходимость семиинвариантов.— Теория вероятностей и математическая статистика, 1980, вып. 23. 4. *Рудзкис Р.* О лемме В. А. Статулявичуса.— Литовский мат. сборник, 1977, **17**, № 2. 5. *Паулаускас В. И.* О сближении распределений двух сумм независимых случайных величин со значениями в гильбертовом пространстве.— Литовский мат. сборник, 1975, **15**, № 3. 6. *Бярнотас В., Паулаускас В. И.* Неравномерная оценка в центральной предельной теореме в некоторых банаховых пространствах.— Литовский мат. сборник, 1979, **19**, № 2. 7. *Ротарь В. И.* Неравномерная оценка скорости сходимости в многомерной центральной предельной теореме.— Теория вероятностей и ее применения, 1970, **15**, вып. № 4.

Поступила в редколлегию 10.04.80

A. G. Kukush

CENTRAL LIMIT THEOREM IN HILBERT SPACE IN TERMS OF LEVY — PROKHOROV'S DISTANCE

The paper deals with probability measures in Hilbert space. The inequalities or Levy—Prokhorov's distance and measures' variation at convex closed subsets re obtained. Some estimations for product measures in terms of Levy—Prokhorov's istance and of one-dimensional semiinvariants are given. At some additional conditions of distribution' nonatomicity the rate of convergence in terms of Levy—Prokhorov's distance in the central limit theorem for i. i. d. random variables valued in Hilbert space is considered.

УДК 519.21

Н. Н. ЛЕОНЕНКО, канд. физ.-мат. наук, М. И. ЯДРЕНКО, д-р физ.-мат. наук
Киевский университет

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В настоящей работе исследованы случайные поля в гильбертовом пространстве, распределения которых инвариантны относительно группы изометричных преобразований гильбертова пространства в себя. Приведены спектральные представления таких полей и их семиинвариантов. Для средних по сфере или по шару от таких полей указаны условия применимости эргодических теорем и центральной предельной теоремы.

1. Спектральное представление случайного поля второго порядка. Пусть H — вещественное сепарабельное гильбертово пространство, $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$ — ортонормированный базис в H, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярное произведение в H, $G = \{g\}$ — группа движений в H, т. е. совокупность всех взаимно-однозначных и изометричных преобразований H в себя. Символом R^n будем обозначать вещественное конечномерное евклидово пространство размерности $n \geqslant 1$. Над основным вероятностным пространством $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ рассмотрим вещественное случайное поле $\xi(x) = \xi(\omega, x) : \Omega \times H \to R^1$.

Здесь и далее символами c, c_i будем обозначать положительные константы, не всегда одни и те же. Пусть $T^{(k)}$ — класс случайных полей $\xi(x)$, $x \in H$, для которых $M|\xi(x)|^k \leqslant c_k < \infty$, $k = 1, 2, \ldots$. Если $\xi(x) \in T^{(k)}$, $x_j \in H$, $1 \leqslant j \leqslant m \leqslant k$, то обозначим символами

$$e^{(m)}(x_1, \ldots, x_m) = M \prod_{1 \leqslant j \leqslant m} \xi(x_j);$$

$$s^{(m)}(x_1, \ldots, x_m) = (-i)^m \ln M \exp\left\{i \sum_{1 \leqslant j \leqslant m} \alpha_j \xi(x_j)\right\}\Big|_{\alpha_1 = \ldots = \alpha_m = 0}$$

моменты и семиинварианты порядка m случайного поля $\xi(x)$, $x \in H$. Случайное поле $\xi(x) \in T^{(2)}$ будем называть инвариантным относи-