где $b(\varepsilon) = a(\varepsilon) \max_{j \in D} (\Pi_\varepsilon^{\{(j,0),(j,1)\}}(j, 1; j, 0))^{-1}$, $c(\varepsilon) = a(\varepsilon)(2 \max_{i,j \in D} M\nu_\varepsilon(j, 0; i, 0; j, 0) + 2a(\varepsilon) + 5)$.

Так как при выполнении условия (А)

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \Pi_\varepsilon^{\{(j,0),(j,1)\}}(j, 1; j, 0) = \Pi_0^{\{(j,0),(j,1)\}}(j, 1; j, 0)$$

для всех $j \in D$ (см. [5, с. 274]) и имеет место (4), то в виду конечности множества D найдется $\varepsilon_0 > 0$ такое, что для всех $\varepsilon \leqslant \varepsilon_0$

$$b(\varepsilon) \leqslant (a(0) + 1)[\max_{j \in D} (\Pi_0^{\{(j,0),(j,1)\}}(j, 1; j, 0)^{-1} + 1] = b < \infty,$$

$$C(\varepsilon) \leqslant (a(0) + 1)(2 \max_{i,j \in D} M\nu_0(j, 0; i, 0; j, 0) + 2a(0) + 9) = c < \infty.$$

Таким образом,

$$M\nu_\varepsilon(i, 0; i, 0; j, x)\, \nu_\varepsilon(i, 0; i, 0; k, y) \leqslant b[(1 - \delta((i, 0), (k, y)))|x| + + (1 - \delta((i, 0), (j, x)))|y|] + c$$

для всех $\varepsilon \leqslant \varepsilon_0$. Теорема доказана.

1. *Милешина Р. И.* Предельные теоремы для случайного блуждания, управляемого цепью Маркова.— Теория вероятностей и математическая статистика, 1975, вып. 13. 2. *Полещук В. С.* Предельные распределения для двойных сумм случайных величин, определенных на счетной цепи Маркова.— Теория вероятностей и математическая статистика, 1975, вып. 13. 3. *Хеннекен П. Л., Тортра А.* Теория вероятностей и некоторые ее приложения. М., 1974. 4. *Чжун Кай-лай.* Однородные цепи Маркова. М., 1964. 5. *Сильвестров Д. С.* Предельные теоремы для сложных случайных функций. Киев, 1974.

Поступила в редколлегию 21.03.79

V. S. Poleshchuk

ABOUT THE MOMENTS OF FREQUENCIES OF SOJOURNS OF CONTROLLED WALKS IN FIXED STATE

Two-dimensional recurrent Markov's chains the second component of which is homogeneous are considered. The first and the second moments for frequencies of sojourns of these chains in fixed state are estimated.

УДК 519.21

А. И. ПОНОМАРЕНКО, канд. физ.-мат. наук
Киевский университет

ОБ ОЦЕНКАХ СРЕДНЕГО ОБОБЩЕННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ

Пусть $\xi(\varphi) = \{\xi_i(\varphi)\}_{i=\overline{1,n}}$, $\varphi \in D(G)$ — вещественное однородное в широком смысле n-мерное обобщенное случайное поле на локально компактной абелевой группе G с нулевым средним, $M\xi(\varphi) = 0$, записываемое как вектор-столбец (см. [1]). Обозначим через $Z =$

/чайную спектральную и через $F = \{F_{ij}\}_{i=\overline{1,n}}^{j=\overline{1,n}}$ — спек-
ı поля $\xi(\varphi)$.

ı обобщенное случайное поле вида $\eta(\varphi) = a(\varphi) + \xi(\varphi)$,
ιе $a(\varphi) = \{a_i(\varphi)\}_{i=\overline{1,n}}$ — вещественная n-мерная неиз-
инированная обобщенная функция на G, Δ — неко-
во в G и $\operatorname{supp}\varphi$ — носитель основной функции $\varphi \in D(G)$.
ересовать условия существования и вид наилучших
линейных оценок (н. н. л. о.) для линейных функ-
реднего $a(\varphi)$ поля $\xi(\varphi)$, построенных по величинам
: Δ в предположении, что возможные значения сред-
$D(G)$ образуют некоторое известное линейное про-
Георемы, полученные в настоящей заметке, обобщают
ιие результаты для одномерных случайных процес-

ı теперь замкнутое подпространство $L^2_\Delta(F)$ простран-
(здесь Γ — группа характеров группы G), введенного
3]. Это подпространство порождено вектор-функция-
$(\chi)\}^{j=\overline{1,n}}$, $\chi \in \Gamma$, записываемыми как вектор-строчки,
)торых имеют вид $\gamma_j(\chi) = \tilde{\varphi}(\chi)$, $\varphi \in D(G)$, $\operatorname{supp}\varphi \subset \Delta$,
разование Фурье функции φ; $L^2_\Delta(F)$ является гиль-
транством со скалярным произведением

$$(\gamma \mid \nu) = \int\limits_\Gamma \gamma(\chi) F(d\chi) \nu^*(\chi), \quad \gamma, \nu \in L^2_\Delta(F).$$

вектор, сопряженный вектору ν).
дполагать, что каждая обобщенная функция $a \in A$
виде

$$a(\varphi) = \int\limits_\Gamma \tilde{\varphi}(\chi) F(d\chi) \gamma_a^*(\chi), \quad \operatorname{supp}\varphi \subset \Delta,$$

ιеленный единственным образом элемент из $L^2_\Delta(F)$.
можно ввести скалярное произведение

$$(a \mid b) = (\gamma_a \mid \gamma_b), \quad a, b \in A. \tag{1}$$

пространства A относительно произведения (1) пред-
бертово пространство, изометрически изоморфное под-
$\mathfrak{N}$ пространства $L^2_\Delta(F)$, порожденному элементами γ_a,
ı элемент $a \in A$ можно представить в виде ряда $a =$
$= (a \mid a^*_\lambda)$, где $\{a_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ — базис в $\bar{A}$ и $\{a^*_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ —
эму система $(a_\lambda \mid a^*_\mu) = \delta_{\lambda\mu}$. Таким образом, оценивание
к оцениванию коэффициентов α_λ, являющихся ли-
ерывными функционалами на $\bar{A}$. Не ограничивая об-
о считать, что A полно, $A = \bar{A}$.

Рассмотрим произвольный линейный непрерывный функционал

$$l(a) = (b \mid a) = (\gamma_b \mid \gamma_a), \quad a \in A, \tag{2}$$

определяемый элементом $b \in A$.

Теорема 1. Каждый функционал $l(a)$, $a \in A$ вида (2) допускает н. н. л. о. $\hat{l}$, задаваемую формулой

$$\hat{l}(a) = \int\limits_{\Gamma} \gamma_b(\chi)\, \Phi(d\chi), \tag{3}$$

где $\Phi = \{\Phi_i\}_{i=\overline{1,n}}$ — векторная случайная мера на σ-алгебре борелевских множеств $\mathfrak{B}$ группы Γ, определяемая равенством

$$\Phi(B) = Z(B) + \int\limits_{B} F(d\chi)\, \gamma_a^*(\chi), \quad B \in \mathfrak{B}.$$

При этом дисперсия $\hat{l}(a)$ равна

$$\| \gamma_b \|^2 = \int\limits_{\Gamma} \gamma_b(x)\, F(d\chi)\, \gamma_b^*(\chi). \tag{4}$$

Доказательство. Линейность оценки $\hat{l}$ означает, что $\hat{l}(a)$, $a \in A$ принадлежит пространству H_Δ, представляющему замкнутую относительно сходимости в среднем квадратическом линейную оболочку величин $\eta_i(\varphi)$, $i = \overline{1,n}$, $\operatorname{supp} \varphi \subset \Delta$. Из определения H_Δ подобно теореме 7 [1] можно установить, что каждый элемент $\varkappa \in H_\Delta$ представим в виде интеграла

$$\varkappa = \int\limits_{\Gamma} \gamma_\varkappa(\chi)\, \Phi(d\chi), \tag{5}$$

где функция $\gamma_\varkappa \in L_\Delta^2(F)$ (спектральная характеристика $\varkappa$) определяется в $L_\Delta^2(F)$ единственным образом.

В силу несмещенности оценки $\hat{l}$ для всех $a \in A$ имеют место равенства

$$\mathbf{M}\hat{l}(a) = \mathbf{M} \int\limits_{\Gamma} \gamma_{\hat{l}(a)}(\chi)\, \Phi(d\chi) = (\gamma_{\hat{l}(a)} \mid \gamma_a) = l(a) = (\gamma_b \mid \gamma_a).$$

Отсюда следует, что н. н. л. о. $\hat{l}$ отвечает спектральной характеристике γ_b. Тем самым установлено равенство (3). Равенство (4) непосредственно следует из (3).

Пусть пространство А имеет конечную размерность m.

Если функции a_k, $k = \overline{1,m}$ линейно независимы, то они образуют базис в А, и для любого элемента $a \in A$ справедливо представление

$$a(\varphi) = \sum_{k=1}^{m} \alpha_k a_k(\varphi), \quad \alpha_k = (a \mid a_k^*),$$

где a_k^*, $k=\overline{1,m}$ — сопряженная система для a_k, $k=\overline{1,m}$ и, следовательно, мы имеем дело с задачей регрессии.

Теорема 2. В задаче регрессии н. н. л. о. $\hat{a}$ среднего a поля $\eta(\varphi)$ имеет вид $\hat{a}(\varphi)=\sum_{k=1}^{m}\hat{\alpha}_k a_k(\varphi)$, $\operatorname{supp}\varphi\subset\Delta$. Здесь $\hat{\alpha}_k$ представляют н. н. л. о. коэффициентов регрессии α_k, $k=\overline{1,m}$, задаваемые формулами

$$\hat{\alpha}_k=\sum_{j=1}^{m}s_{kj}\varkappa_j,\quad k=\overline{1,m},\tag{6}$$

где $\varkappa_k=\int_\Gamma \gamma_{a_k}(\chi)\,\Phi(d\chi)$, $k=\overline{1,m}$ и матрица $S=\{s_{kj}\}_{k=\overline{1,m}}^{j=\overline{1,m}}$ является обратной для матрицы $\{\mathbf{M}\varkappa_k\varkappa_j\}_{k=\overline{1,m}}^{j=\overline{1,m}}$, совпадающей с корреляционной матрицей вектора н. н. л. о. $\{\hat{\alpha}_k\}_{k=\overline{1,m}}$.

Доказательство. По предыдущим результатам величины $\varkappa_k$ служат н. н. л. о. для функционалов $l_k(a)=(a_k\,|\,a)$, $a\in A$. Элементам сопряженной системы a_k^*, $k=\overline{1,m}$ отвечают н. н. л. о. $\hat{\alpha}_k$ коэффициентов $\alpha_k=(a\,|\,a_k^*)$, $k=\overline{1,m}$. В силу изоморфизма A и H_Δ оценки $\hat{\alpha}_k$, $k=\overline{1,m}$ образуют систему, сопряженную с $\varkappa_k$, $k=\overline{1,m}$. Утверждение (6) теперь следует из того, что $\varkappa_k$, $k=\overline{1,m}$ образуют базис в подпространстве пространства H_Δ, порождаемом величинами со спектральными характеристиками γ_a, $a\in A$. Остальные утверждения теоремы легко проверить непосредственными вычислениями.

1. *Пономаренко А. И.* Гармонический анализ обобщенных однородных в широком смысле случайных полей на коммутативной локально компактной группе.— Теория вероятностей и математическая статистика, 1970, вып. 3. 2. *Ибрагимов И. А., Розанов Ю. А.* Гауссовские случайные процессы. М., 1970.

Поступила в редколлегию 19.05.80

A. I. Ponomarenko

ON ESTIMATES OF MEAN FOR GENERALIZED RANDOM FIELDS

The paper deals with BLUE for linear functionals from means of multivariate generalized random fields over abelian locally compact groups.