1. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с. 2. *Дэйвид Г.* Порядковые статистики. М.: Наука, 1979. 335 с. 3. *Мадреимов И., Петунин Ю. И.* Характеризация равномерного распределения с помощью порядковых статистик.— Теория вероятностей и мат. статистика, 1982, вып. 27, с. 96—102. 4. *Ван дер Варден Б. Л.* Математическая статистика. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 434 с. 5. Введение в теорию порядковых статистик / Под ред. А. Я. Боярского. М.: Статистика, 1970. 414 с. 6. *Мадреимов И., Петунин Ю. И.* Некоторые проблемы вариационной статистики.— Вычисл. и прикл. математика, 1979, вып. 38, с. 41—48.

Поступила в редколлегию 16.03.83

УДК 519.21

А. А. МАЛЯРЕНКО, инж., Киевский университет

СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ, ИЗОТРОПНЫХ ПО ЧАСТИ ПЕРЕМЕННЫХ

Постановка задачи. Цель настоящей статьи — сформулировать и доказать теорему, обобщающую результаты работы [1].

Пусть $\mathbf{S}(\mathbf{R}^{m+n})$ — пространство Шварца быстро убывающих бесконечно дифференцируемых функций на $\mathbf{R}^{m+n}$, $\mathbf{E}$ — конечномерное евклидово пространство, U — неприводимое унитарное представление группы $\mathbf{O}(\mathbf{n})$, действующее в $\mathbf{E}$. (По поводу используемых в настоящей работе сведений из теории представлений групп см. работу [2].)

Векторы из пространства $\mathbf{R}^{m+n}$ будем обозначать через $\mathbf{x}=(x^1, x^2,\dots,x^m, x^{m+1},\dots,x^{m+n})=(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, где $\mathbf{x}_1=(x^1,\dots,x^m)$, $\mathbf{x}_2=(x^{m+1},\dots,x^{m+n})$. На пространстве $\mathbf{S}(\mathbf{R}^{m+n})$ естественно действует группа сдвигов: $\tau_{\mathbf{y}}\varphi(\mathbf{x})=\varphi(\mathbf{x}-\mathbf{y})$, $\mathbf{y}\in\mathbf{R}^{m+n}$ и группа вращений и отражений:

$$\tau_g\varphi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)=\varphi(\mathbf{x}_1, g^{-1}\mathbf{x}_2), \quad g\in\mathbf{O}(\mathbf{n}).$$

Рассмотрим непрерывное в среднем квадратичном обобщенное случайное поле $\xi(\varphi)$, $\varphi\in\mathbf{S}(\mathbf{R}^{m+n})$ со значениями в $\mathbf{E}$. Назовем поле $\xi(\varphi)$ однородным, если его среднее значение $\mathbf{M}(\varphi)$ и корреляционный оператор $\mathbf{B}(\varphi, \psi)$ инвариантны относительно сдвигов $\tau_{\mathbf{y}}$, и изотропным по части переменных, если они преобразуются под действием τ_g следующим образом:

$$\mathbf{M}(\tau_g\varphi)=U(g)\,\mathbf{M}(\varphi); \tag{1}$$

$$\mathbf{B}(\tau_g\varphi, \tau_g\psi)=U(g)\,\mathbf{B}(\varphi, \psi)\,U^*(g). \tag{2}$$

Задача состоит в том, чтобы найти общий вид среднего значения и корреляционного оператора описанного класса случайных полей, а также спектральное разложение поля в терминах стохастических интегралов. В частном случае, когда $m=0$, эта задача была поставлена и решена в работе [1].

Обозначения. Известно, что представление U при сужении на группу $\mathbf{SO}(\mathbf{n})$ либо остается неприводимым, либо распадается на прямую сумму двух неэквивалентных неприводимых представлений. Обозначим это сужение в первом случае через U_1, а во втором — через $U_1 \oplus U_2$. Векторы ортонормированного базиса Гельфанда — Цетлина в пространстве представления U_i будут обозначаться через α_i, представление, контрагредиентное представлению U — через U^+. Представление группы $\mathbf{O}(\mathbf{n})$, действующее в пространстве однородных гармонических полиномов степени k на сфере S^{n-1} по формуле

$$U(g) f(\mathbf{x}_2) = f(g^{-1}\mathbf{x}_2), \tag{3}$$

обозначим через $[k]$. Тогда векторами базиса Гельфанда — Цетлина в пространстве указанного представления будут ортонормированные сферические гармоники S_k^α; количество таких гармоник обозначим через $h(k, n)$. Для коэффициентов Клебша—Гордана, соответствующих вхождению представления W в тензорное произведение представлений $U \oplus V$, введем обозначение $\gamma = \sum_{\alpha,\beta} < U, \alpha; V, \beta \mid W, \gamma > \alpha \oplus \otimes \beta$, а также обозначение $\langle W, \gamma \mid U, \alpha; V, \beta \rangle = \overline{\langle U, \alpha; V, \beta \mid W, \gamma \rangle}$.

Пусть $|\mathbf{x}_2|$ — длина вектора $\mathbf{x}_2 \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{x}_2' = \mathbf{x}_2/|\mathbf{x}_2|$, $d\mathbf{x}_2'$ — мера Лебега на единичной сфере S^{n-1}, Ω_{n-1} — площадь этой сферы, $\nu = (n - 2)/2$, $J_\mu(z)$ — функция Бесселя первого рода порядка μ, $S_{\mu,\nu}(z)$ — функция Ломмеля.

Теорема. Среднее значение $\mathbf{M}(\varphi)$ непрерывного в среднем квадратичном, однородного и изотропного по части переменных обобщенного случайного поля равно произвольной постоянной, если представление U тривиальное, и нулю в противном случае. Его корреляционный оператор $\mathbf{B}(\varphi, \psi)$ задается любой из следующих формул:

$$\mathbf{B}_{\alpha_i\beta_j}(\varphi, \psi) = \sum_{[k]\subset U\otimes U^+} \int e^{i(\mathbf{p}(\mathbf{x}-\mathbf{y}))} \varphi(\mathbf{x}) \overline{\psi(\mathbf{y})} \sum_\gamma \langle [k], \gamma \mid U, \alpha_i; U^+, \beta_j \rangle \times$$
$$\times S_k^\gamma(\mathbf{p}_2')\, d\mathbf{p}_2' \Phi_k(d\mathbf{p}_1, d \mid \mathbf{p}_2 \mid)\, d\mathbf{x} d\mathbf{y}; \tag{4}$$

$$\mathbf{B}_{\alpha_i\beta_j}(\varphi, \psi) = \sum_{[k]} A_k \int_{\mathbf{R}^m} \int_0^\infty \int_{\mathbf{R}^{2(m+h)}} e^{i(\mathbf{p}_1(\mathbf{x}_1-\mathbf{y}_1))} \varphi(\mathbf{x}) \overline{\psi(\mathbf{y})} J_{\nu+k}(\lambda \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2 \mid) \times$$
$$\times (\lambda \mid \mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2 \mid)^{-\nu} \sum_\gamma \langle [k], \gamma \mid U, \alpha_i; U^+, \beta_j \rangle \times$$
$$\times S_k^\gamma((\mathbf{x}_2 - \mathbf{y}_2)')\, d\mathbf{x} d\mathbf{y} \Phi_k(d\mathbf{p}_1, d\lambda); \tag{5}$$

$$\mathbf{B}_{\alpha_i\beta_j}(\varphi, \psi) = \sum_{[k]} \sum_{l,l'=0}^\infty \sum_{\delta,\delta'} A_l \overline{A_{l'}} b_{k\alpha_i\beta_j l\delta l'\delta'} \int_{\mathbf{R}^m} \int_0^\infty \varphi_{l\delta}(\mathbf{p}_1, \lambda) \times$$
$$\times \overline{\psi_{l'\delta'}(\mathbf{p}_1, \lambda)}\, \Phi_k(d\mathbf{p}_1, d\lambda), \tag{6}$$

где

$$A_l = 2^\nu \Gamma(\nu)(\nu + l)\, i^l h(l, .n)(\Omega_{k-1})^{-1}, \quad .n \neq 2, \quad A_l = i^l, \quad .n = 2;$$

5*

$$b_{k\alpha_i\beta_j l\delta l'\delta'} = \{h(l, n)\,h(\overset{\circ}{k}, n)/\Omega_{h-1} h(l', n)\}^{1/2} \langle [l'], 0 \mid [l], 0; [k], 0\rangle \times$$
$$\times \sum_{\gamma} \langle [k], \gamma \mid U, \alpha_i;\ U^+, \beta_j\rangle \langle [l], \delta; [k], \gamma \mid [l'], \delta'\rangle, \tag{7}$$
$$\varphi_{l\delta}(\mathbf{p}_1, \lambda) = \int \varphi(\mathbf{x})\, J_{\nu+l}(\lambda \mid \mathbf{x}_2 \mid)(\lambda \mid \mathbf{x}_2 \mid)^{-\nu} e^{i\mathbf{p}_1\mathbf{x}_1} \overline{S_l^\delta(\mathbf{x}_2')}\, d\mathbf{x};$$

Φ_k — меры степенного роста на $\mathbf{R}^m \times [0, +\infty)$, причем $\Phi_k(\mathbf{R}^m \times \{0\}) = 0$ при $k \geqslant 1$.

Если меры Φ_k конечны, то случайное поле $\xi(\varphi)$ является обычным и описывается с помощью формул
$$\xi_{\alpha_i}(\mathbf{x}) = \sum_{[k]} \xi_{\alpha_i}^k(\mathbf{x}); \tag{8}$$
$$\xi_{\alpha_i}^k(\mathbf{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{\delta} S_l^\delta(\mathbf{x}_2') \int_{\mathbf{R}^m} \int_0^\infty e^{i\mathbf{p}_1\mathbf{x}_1} J_{\nu+l}(\lambda \mid \mathbf{x}_2 \mid)(\lambda \mid \mathbf{x}_2 \mid)^{-\nu} \times$$
$$\times Z_{\alpha_i l\delta}^k(d\mathbf{p}_1, d\lambda), \tag{9}$$

где $Z_{\alpha_i l\delta}^k$ — случайные меры на $\mathbf{R}^m \times (0, +\infty)$, удовлетворяющие условиям
$$\mathbf{M} Z_{\alpha_i l\delta}^k(A) = 0; \tag{10}$$
$$\mathbf{M} Z_{\alpha_i l\delta}^k(A)\, \overline{Z_{\beta_j l'\delta'}^{k'}(B)} = \delta_{kk'} A_l \overline{A_{l'}} b_{k\alpha_i\beta_j l\delta l'\delta'} \Phi_k(A \cap B). \tag{11}$$

Случайные меры $Z_{\alpha_i l\delta}^k$ однозначно с вероятностью единица определяются соотношениями
$$Z_{\alpha_i l\delta}^k\left(\prod_{q=1}^m [c^q, d^q) \times [\lambda_1, \lambda_2)\right) = \lim_{T\to\infty} \int_{[-T,T]^m} \int_0^\infty \int_{S^{n-1}} \prod_{q=1}^m [(e^{-id^q x^q} -$$
$$- e^{-ic^q x^q})(-ix^q)^{-1}]\,[f_{k,\lambda_2}(r) - f_{k,\lambda_1}(r)]\, S_l^\delta(\mathbf{x}_2')\, d\mathbf{x}_2 dr d\mathbf{x}_1, \tag{12}$$

где
$$f_{0,\lambda}(r) = \lambda^{\nu+1} r^\nu J_{\nu+1}(\lambda r); \tag{13}$$
$$f_{l,\lambda}(r) = r^{-1}[(l + 2\nu)\lambda r J_{l+\nu}(\lambda r) + S_{\nu, l+\nu+1-r}(\lambda r) - \lambda r J_{l+\nu-1}(\lambda r) \times$$
$$\times S_{\nu+1, l+\nu}(\lambda r) + 2^{\nu+1}\Gamma((l+h)/2/\Gamma(l/2))], \quad l > 0. \tag{14}$$

Доказательство. Так как поле $\xi(\varphi)$ однородно, то его среднее значение $\mathbf{M}\xi(\varphi)$ равно некоторому постоянному вектору $\mathbf{a} \in \mathbf{E}$:
$$\mathbf{M}\xi(\varphi) = \mathbf{a}. \tag{15}$$

Подставляя (15) в (1), получаем
$$U(g)\,\mathbf{a} = \mathbf{a}. \tag{16}$$

Если представление U тривиально, то $U(g) = 1$, следовательно, $\mathbf{a}$ — произвольное комплексное число. Если представление U нетривиально и неприводимо, то из леммы Шура следует, что $\mathbf{a} = 0$. Обратно, при выполнении условия (16) случайное поле $\xi(\varphi)$ будет однородным и изотропным.

Поскольку поле $\xi(\varphi)$ однородно, то его корреляционный оператор представляется формулой

$$\mathbf{B}(\varphi, \psi) = \int e^{i(\mathbf{p}(\mathbf{x}-\mathbf{y}))}\varphi(\mathbf{x})\overline{\psi(\mathbf{y})}\,d\mathbf{x}d\mathbf{y}\mathbf{F}(d\mathbf{p}), \tag{17}$$

где $\mathbf{F}$ — мера со значениями во множестве самосопряженных неотрицательно-определенных операторов на $\mathbf{E}$, причем для произвольного $\mathbf{a} \in \mathbf{E}$ мера $(\mathbf{F}(d\mathbf{p})\,\mathbf{a}, \mathbf{a})$ имеет степенной рост на $\mathbf{R}^{m+n}$.

Подставляя (17) в (2), получаем

$$\mathbf{F}(gA) = U(g)\,\mathbf{F}(A)\,U^*(g), \tag{18}$$

где A — произвольное борелевское множество из $\mathbf{R}^{m+n}$.

Обратно, при выполнении условия (18) поле $\xi(\varphi)$ будет однородным и изотропным.

Заметим, что пространство линейных операторов на $\mathbf{E}$, в котором принимает свои значения мера $\mathbf{F}$, можно отождествить с пространством $\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^*$. Тогда формула (18) примет вид

$$\mathbf{F}(gA) = (U \otimes U^+)(g)\,\mathbf{F}(A).$$

Переходя в пространстве $\mathbf{E} \otimes \mathbf{E}^*$ к новому базису, в котором представление $U \otimes U^+$ разлагается на неприводимые компоненты, сводим нашу задачу к следующей. Для каждого неприводимого унитарного представления V группы $\mathbf{O}(\mathbf{n})$ найти меру $\mathbf{F}$ со значениями в пространстве представления, удовлетворяющую условию

$$\mathbf{F}(gA) = V(g)\,\mathbf{F}(A), \quad g \in \mathbf{O}(n). \tag{19}$$

Сузим представление V на группу $\mathbf{SO}(\mathbf{n})$. Тогда должно выполняться следующее условие:

$$\mathbf{F}(gA) = V_i(g)\,\mathbf{F}(A), \quad g \in \mathbf{SO}(n), \quad i = 1, 2. \tag{20}$$

Обозначим через $\mathbf{F}^0$ меру, индуцированную мерой $\mathbf{F}$ на пространстве $\mathbf{R}^h$. Взяв в равенстве (20) в качестве A произвольное борелевское множество из $\mathbf{R}^h$, получим

$$\mathbf{F}^0(gA) = V_i(g)\,\mathbf{F}^0(A), \quad g \in \mathbf{SO}(n). \tag{21}$$

Наоборот, при выполнении условия (21) равенство (20) также будет выполнено, поскольку g действует только на последние n координат вектора $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{n+m}$.

Итак, наша задача свелась к нахождению всех мер $\mathbf{F}^0$, удовлетворяющих условию (21). В работе [3] доказано, что ненулевые обобщенные функции (следовательно, и меры), удовлетворяющие условию (21), существуют только тогда, когда старший вес представления V_i равен

$[k, 0, \ldots, 0]$. Возвращаясь к группе $\mathbf{O}(\mathbf{n})$, получим, что ненулевые меры, удовлетворяющие (19), существуют при условии, что старший вес каждого из представлений V_i равен $[k, 0, \ldots, 0]$.

Если $n = 2$ и $k \geqslant 1$, то существует единственное представление группы $\mathbf{O}(2)$, удовлетворяющее указанному условию, а именно, представление $[k]$. Если же $n = 2$, $k = 0$ или $h \geqslant 3$, то существуют два таких представления (см. [2, гл. 8, § 2]). Одно из них совпадает с $[k]$, а другое равно

$$[k]_1(g) = \det g\,[k](g). \tag{22}$$

Меру $\mathbf{F}^0$, удовлетворяющую условию

$$\mathbf{F}^0(gA) = [k](g)\,F^0(A), \tag{23}$$

можно искать в виде

$$F^0_\alpha(A) = \int\limits_A S^\alpha_k(\mathbf{p}'_2)\,\mu_\alpha(d\mathbf{p}'_2), \tag{24}$$

если множество A не содержит начала координат. Для того чтобы в этом убедиться, достаточно проверить, что мера $\mathbf{F}^0$ не может принимать ненулевые значения на множестве $B = \{\mathbf{p}'_2 \in S^{h-1} : S^\alpha_k(\mathbf{p}'_2) = 0\}$.

Предположим, например, что $F^0_\alpha(B) > 0$. Рассмотрим вращения и отражения, оставляющие инвариантной некоторую фиксированную прямую $\mathbf{l}$. Они образуют группу, изоморфную группе $\mathbf{O}(\mathbf{n}-1)$. Представление $[k]$ при сужении на $\mathbf{O}(\mathbf{n}-1)$ распадается на прямую сумму неприводимых представлений, одним из которых будет тривиальное представление. Это означает, что в пространстве представления $[k]$ существует вектор, инвариантный относительно действия группы $\mathbf{O}(\mathbf{n}-1)$. Выберем теперь прямую $\mathbf{l}$ так, чтобы этим инвариантным вектором была сферическая гармоника S^α_k. Тогда $F^0_\alpha(gB) = F^0_\alpha(B)$, $g \in \mathbf{O}(\mathbf{n}-1)$.

Так как множество B имеет размерность, не превосходящую $n - 2$, то отсюда следует, что мера сферы S^{h-1} будет бесконечной. А это противоречит условию степенного роста.

Подставляя (24) в (23), получаем

$$\int\limits_{gA} S^\alpha_k(\mathbf{p}'_2)\,\mu_\alpha(d\mathbf{p}'_2) = \sum_\beta [k]_{\alpha\beta}(g) \int\limits_A S^\beta_k(\mathbf{p}'_2)\,\mu_\beta(d\mathbf{p}'_2). \tag{25}$$

Из определения сферических гармоник и равенства (3) следует

$$S^\alpha_k(g^{-1}\mathbf{p}'_2) = \sum_\beta [k]_{\alpha\beta}(g)\,S^\beta_k(\mathbf{p}'_2). \tag{26}$$

Сделаем в левой части равенства (25) замену переменной $g\mathbf{p}'_2 = \mathbf{q}'_2$ и подставим в получившийся интеграл формулу (26). Тогда (25) примет вид $\mu_\alpha(g^{-1}A) = \mu_\beta(A)$. Если в этой формуле возьмем в качестве g единичный элемент группы $\mathbf{O}(\mathbf{n})$, то меры μ_α и μ_β совпадут. Меняя g, находим, что мера μ_α инвариантна относительно вращений и отражений. Следовательно, она имеет вид $\mu_\alpha(d\mathbf{p}'_2) = d\mathbf{p}'_2\Phi_k(d\,|\mathbf{p}_2|)$, где Φ_k — мера степенного роста на $[0, +\infty)$.

Осталось найти $\mathbf{F}^0(\{0\})$. Учитывая (3), получаем $\mathbf{F}^0(\{0\}) = [k](g)\,\mathbf{F}^0(\{0\})$, откуда по лемме Шура $\mathbf{F}^0(\{0\}) = 0$ при $k \geqslant 1$.

Окончательно

$$\mathbf{F}^0_\alpha(A) = \int\limits_A S_k^\alpha(\mathbf{p}_2')\, d\mathbf{p}_2' \Phi_k(d\,|\mathbf{p}_2|).$$

Что касается меры, преобразующейся по представлению $[k]_1$, то она должна преобразовываться также по представлению группы **SO (n)** со старшим весом $[k, 0, \ldots\ldots, 0]$, следовательно, и по представлению $[k]$ группы **O (n)**. Учитывая формулу (22), заключаем, что такая мера тождественно равна нулю.

Возвращаясь к старому базису с помощью коэффициентов Клебша — Гордана, получаем формулу (4).

Разложим на множители экспоненту в формуле (4) следующим образом:

$$e^{i\mathbf{p}(\mathbf{x}-\mathbf{y})} = e^{i\mathbf{p}_1(\mathbf{x}_1-\mathbf{y}_1)} e^{i\mathbf{p}_2(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)} \tag{27}$$

и вычислим внутренний интеграл по мере $d\mathbf{p}_2'$. Для этого заметим, что по вырожденной форме теоремы сложения Гегенбауэра для функций Бесселя при $n \neq 2$

$$e^{i\mathbf{p}_2(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)} = 2^\nu \Gamma(\nu)\,(|\mathbf{p}_2|\cdot|\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2|)^{-\nu} \sum_{l=0}^{\infty} (\nu + l)\, i^l J_{\nu+l}(|\mathbf{p}_2|\cdot|\mathbf{x}_2 -$$

$$- \mathbf{y}_2|)\, C_l^\nu(\mathbf{p}_2'(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)'), \tag{28}$$

где C_l^ν — полиномы Гегенбауэра. По теореме сложения для сферических гармоник

$$C_l^\nu(\mathbf{p}_2'(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)') = h(l, n)\,(\Omega_{n-1})^{-1} \sum_\alpha S_l^\alpha(\mathbf{p}_2')\, \overline{S_l^\alpha((\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)')}. \tag{29}$$

При $n = 2$ воспользуемся формулой Якоби — Ангера:

$$e^{i\mathbf{p}_2(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l e^{il\varphi} J_l(|\mathbf{p}_2|\cdot|\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2|). \tag{30}$$

Подставляя формулы (27)—(30) в (4) и интегрируя по мере $d\mathbf{p}_2'$, приходим к формуле (5).

Для получения формулы (6) необходимо разложить экспоненту на множители следующим образом:

$$e^{i\mathbf{p}_2(\mathbf{x}_2-\mathbf{y}_2)} = e^{i\mathbf{p}_2\mathbf{x}_2} e^{-i\mathbf{p}_2\mathbf{y}_2}$$

и проделать указанные выше операции. При этом будет выведена формула

$$b_{k\alpha_i\beta_j l\delta l'\delta'} = \sum_\gamma \langle [k], \gamma\,|\,U, \alpha_i;\, U^+, \beta_j\rangle \times$$

$$\times \int\limits_{S^{n-1}} S_l^\delta(\mathbf{p}_2')\, \overline{S_{l'}^{\delta'}(\mathbf{p}_2')}\, S_k^\gamma(\mathbf{p}_2')\, d\mathbf{p}_2'.$$

Для приведения ее к виду (7) необходимо найти интеграл в правой части. Для этого воспользуемся формулой (3) [6, гл. 9, § 4], которая в нашем случае имеет вид

$$S_k^{\gamma}(\mathbf{p}_2') = (h(k, h)/\Omega_{h-1})^{1/2} [k]_{0\gamma}(g), \tag{31}$$

где g — элемент группы $\mathbf{O}(\mathbf{n}-1)$, переводящий точку $\mathbf{p}_2'$ в северный полюс сферы. Произведение матричных элементов $[k]_{0\gamma}(g)[k]_{0\delta}(g)$ вычислим по формуле (3.31) работы [2]. Повторное применение соотношения (31) завершает вычисления.

Предполагая, что меры Φ_k конечны, и применяя к (6) теорему Карунена, получаем формулы (8)—(11). Формулы (12)—(14) выводятся так же, как в работе [5].

Замечание. Однородные и непрерывные в среднем квадратичном обобщенные случайные поля на пространстве $\mathbf{D}(\mathbf{R}^{m+n})$ также описываются формулой (20). Значит, доказанная теорема верна и для этого пространства.

При замене группы $\mathbf{O}(\mathbf{n})$ на группу $\mathbf{SO}(\mathbf{n})$ теорема также окажется верной с очевидным упрощением в обозначениях (векторы базиса Гельфанда—Цетлина будут обозначаться буквами α, β и т. д. без индексов).

1. *Маляренко А. А.* Спектральное разложение многомерных однородных и изотропных случайных полей.— Докл. АН УССР. Сер. А, 1984, № 12, с. 115—117. 2. *Климык А. У.* Матричные элементы и коэффициенты Клебша—Гордана представлений групп. Киев: Наук. думка, 1979. 304 с. 3. *Tengstrand A.* Vectorvalued distributions covariant under algebraic representations of an ortogonal group of arbitrary signature.— Math. Scand., 1969, 25, N 1, p. 31—38. 4. *Виленкин Н. Я.* Специальные функции и теория представлений групп. М.: Наука, 1965. 588 с. 5. *Ядренко М. И.* Спектральная теория случайных полей. Киев: Вища шк. Изд-во при Киев. ун-те, 1980. 208 с.

Поступила в редколлегию 18.11.83

УДК 519.21

Ю. С. МИШУРА, канд. физ.-мат. наук,
Киевский университет

ОБОБЩЕННАЯ ФОРМУЛА ИТО ДЛЯ ДВУПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МАРТИНГАЛОВ. II

Настоящая работа является продолжением статьи [1] и посвящена выводу формулы замены переменных для случайных полей на плоскости, допускающих представление в виде суммы «чисто разрывной», «полунепрерывных» и непрерывной мартингальных компонент. В статье используются обозначения [1]. Все случайные поля предполагаются равными нулю на координатных осях.

Пусть $t = (t_1, t_2) \in R_+^2$, $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ — полное вероятностное пространство, $\{\mathfrak{F}_t, t \in R_+^2\}$—поток σ-алгебр, удовлетворяющий условиям $(F1)$—$(F4)$ [2], $\{\zeta(t), \mathfrak{F}_t, t \in R_+^2\}$ — мартингал, $\zeta \in M_2'$, траектории его с вероятностью 1 принадлежат пространству D функций без разрывов второго рода, причем $\zeta(t)$ удовлетворяет условию A[1]; $\nu(t, A)$ — целочисленная мера скачков поля $\zeta(t)$ $(A \in \mathfrak{A}$, где $\mathfrak{A}$ — σ-алгебра борелевских множеств из R, отделенных от нуля), $\nu^i(t, A)$ — целочис-