Элементарно устанавливается, что при условии $np_j(1-p_j)\geqslant 10$ $M|\nu_j/n-p_j|\geqslant Cp_j^{1/2}(1-p_j)^{1/2}n^{-1/2}$, где $C>0$ — постоянная.

Если дополнительно предположить, что $\{p_n\}_{n\geqslant 1}$ монотонно убывает, $p_1<1$, то придем к оценке $M\Delta_n\geqslant Cn^{-1/2}\sum_1^{N_n}p_j^{1/2}$, где $N_n=$ $=\sup\{j\geqslant 1: p_j\geqslant 10n^{-1}\}$. Чтобы завершить доказательство теоремы, достаточно положить $p_j=aj^{-p}$, $\lambda_j=bj^{1/q}\ln^{1/q+\delta}j$, $j\geqslant 1$, где $a>0$, $b>0$ и $\delta>0$ — постоянные.

1. *Csörgö S.* Limit behaviour of the empirical characteristic function // Ann Probab. 1981. **9**, N 1. P. 130—144. 2. *Marcus M. B.* Weak convergence of the empirical characteristic function // Ibid. N 2. P. 194—201. 3. *Hoffmann-Jorgensen J.* Probability in B-spaces // Aarhus University Lecture Notes series. 1977. **48**. P. 1—185. 4. *Азларов Т. А., Володин Н. А.* Законы больших чисел для одинаково распределенных банаховозначных случайных величин // Теория вероятностей и ее применения. 1981. **26**, вып. 3. С. 584—590. 5. *Колчинский В. И.* Функциональные предельные теоремы и эмпирическая энтропия. II // Теория вероятностей и мат. статистика. 1986. Вып. 34. С. 73—85. 6. *Gine E., Zinn J.* Some limit theorems for empirical processes // Ann. Probab. 1984. **12**, N 4. P. 929—990. 7. *Булдыгин В. В., Харазишвили А. Б.* Неравенство Брунна—Минковского и его приложения. К., 1985. 199 с. 8. *Норвайша Р.* Закон больших чисел для одинаково распределенных банаховозначных случайных величин // Лит. мат. сб. 1984. **24**, № 4. С. 133—150. 9. *Булдыгин В. В.* Сходимость случайных элементов в топологических пространствах. К., 1980. 238 с.

Поступила в редколлегию 16.10.86

УДК 519.21

Л. И. ЛУКАШУК, мл. науч. сотр.,
Киев. ун-т

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ПО КОНЕЧНОМУ ЧИСЛУ ТОЧЕК ХАРАКТЕРИЗАЦИИ ДВУМЕРНОГО ПОКАЗАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

В работе [1] исследованы свойство ε-отсутствия последействия в конечном числе точек и устойчивость характеризации одномерного показательного распределения. В настоящей статье изучена аналогичная задача для двумерного показательного распределения (ДПР) с использованием идеи работы [1].

Определение 1. Распределение случайного вектора (Y_1, Y_2) с положительными компонентами называется ДПР, если $P\{Y_1\geqslant t_1, Y_2\geqslant t_2\}=\exp\{-\lambda_1t_1-\lambda_2t_2-\lambda_{12}(t_1\vee t_2)\}$, где $t_1,\ t_2\geqslant 0$, λ_1, λ_2, $\lambda_{12}\geqslant 0$; $a\vee b$ обозначает $\max(a, b)$.

Известно, если случайный вектор (Y_1, Y_2) имеет ДПР, то для всех $t_1,\ t_2\geqslant 0$, $s\geqslant 0$ выполняется равенство [2, т. 147]

$$P\{Y_1\geqslant t_1+s,\ Y_2\geqslant t_2+s/Y_1\geqslant s,\ Y_2\geqslant s\}=P\{Y_1\geqslant t_1,\ Y_2\geqslant t_2\}. \tag{1}$$

Это равенство является необходимым условием для показательного распределения вектора (Y_1, Y_2).

Пусть (Y_1, Y_2) — случайный вектор с положительными компонентами и распределением $\bar{F}(t_1, t_2) = P\{Y_1 \geqslant t_1, Y_2 \geqslant t_2\}$. Покажем, что если для вектора (Y_1, Y_2) равенство (1) выполняется приближенно лишь в конечном числе точек t_1, t_2 для некоторого s, то распределение $\bar{F}(t_1, t_2)$ близко к ДПР. Приведем оценки такой близости.

Для изучения устойчивости ДПР нам понадобятся некоторые вспомогательные рассуждения о свойствах двумерного геометрического распределения.

Определение 2. Распределение случайного вектора (Y_1, Y_2) с целочисленными компонентами называется двумерным геометрическим распределением, если

$$P\{Y_1 \geqslant m_1, Y_2 \geqslant m_2\} = q_1^{m_1} q_2^{m_2} q_{12}^{m_1 \vee m_2},$$

где $0 \leqslant q_1, q_2, q_{12} \leqslant 1$, $m_1, m_2 = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

Пусть (T_1, T_2) — случайный вектор с положительными невырожденными целочисленными компонентами. Обозначим

$$q_1 = P\{T_1 \geqslant 1/T_2 \geqslant 1\}; \qquad q_2 = P\{T_2 \geqslant 1/T_1 \geqslant 1\};$$

$$q_{12} = (q_1 q_2)^{-1} P\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\} = P^{-1}\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\} P\{T_1 \geqslant \geqslant 1\} P\{T_2 \geqslant 1\}; \qquad q = q_1 q_2 q_{12} = P\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\}.$$

Теорема 1. Предположим, что при всех $m_1 = 0, 1, \ldots, n_1$, $m_2 = 0, 1, \ldots, n_2$ (n_1, n_2 — целые числа, большие единицы) справедливо неравенство

$$|P\{T_1 \geqslant m_1 + 1, T_2 \geqslant m_2 + 1/T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\} - P\{T_1 \geqslant m_1, T_2 \geqslant m_2\}| P\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\} \leqslant \varepsilon, \quad \varepsilon \geqslant 0. \qquad (2)$$

Тогда

$$\sup_{k_1, k_2 \geqslant 0} |P\{T_1 \geqslant k_1, T_2 \geqslant k_2\} - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}| \leqslant \varepsilon/(1-q) + Q^{n_1 \wedge n_2 + 1},$$

где $Q = (q_1 + q_2) q_{12} = P\{T_1 \geqslant 1\} + P\{T_2 \geqslant 1\} < 1$, $a \wedge b = \min(a,b)$.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 1 [1].

Рассмотрим сначала случай, когда $m_1 = \overline{1, n_1 + 1}$, $m_2 = \overline{1, n_2 + 1}$. Из условия (2) следует, что

$$P\{T_1 \geqslant m_1, T_2 \geqslant m_2\} = P\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\} \times \times P\{T_1 \geqslant m_1 - 1, T_2 \geqslant m_2 - 1\} + R_\varepsilon(m_1, m_2), \qquad (3)$$

где $|R_\varepsilon(m_1, m_2)| \leqslant \varepsilon$.

Используя обозначение $q = P\{T_1 \geqslant 1, T_2 \geqslant 1\}$, распишем (3) в форме $P\{T_1 \geqslant m_1, T_2 \geqslant m_2\} = q^{m_1 \wedge m_2} P\{T_1 \geqslant m_1 - m_1 \wedge m_2, T_2 \geqslant \geqslant m_2 - m_1 \wedge m_2\} + R_\varepsilon(m_1, m_2) + q R_\varepsilon(m_1 - 1, m_2 - 1) + q^2 R_\varepsilon(m_1 -$

$-2,\ m_2-2)+\ldots+q^{m_1\wedge m_2-1}R_\varepsilon(m_1+1-m_1\wedge m_2,\ m_2+1-m_1\wedge \wedge m_2)$.

Положим, что $m_1\wedge m_2=m_1$, тогда $P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}=$ $=q^{m_1}P\{T_1\geqslant 0,\ T_2\geqslant m_2-m_1\}+R_\varepsilon(m_1,\ m_2)+qR_\varepsilon(m_1-1,\ m_2-$ $-1)+\ldots+q^{m_1-1}R_\varepsilon(1,m_2-m_1+1)$. Но $P\{T_1\geqslant 0, T_2\geqslant m_2-m_1\}=$ $=P\{T_1\geqslant 0\}\ P\{T_2\geqslant m_2-m_1/T_1\geqslant 0\}=P\{T_2\geqslant m_2-m_1\}=$ $=q_2^{m_2-m_1}q_{12}^{m_2-m_1}$. Отсюда $P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}=q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_2}+R_\varepsilon(m_1,$ $m_2)+qR_\varepsilon(m_1-1,\ m_2-1)+\ldots+q^{m_1-1}R_\varepsilon(1,m_2-m_1+1)$. Из последнего равенства следует, что при $m_1\leqslant m_2$

$$|P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}-q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_2}|\leqslant\varepsilon\sum_{k=0}^{m_1-1}q^k\leqslant\varepsilon/(1-q). \tag{4}$$

Проведя точно такие же рассуждения для случая $m_1\geqslant m_2$, можно получить неравенство, аналогичное (4).

Таким образом, для $m_1=\overline{1,n_1+1}$ и $m_2=\overline{1,n_2+1}$

$$|P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}-q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_1\vee m_2}|\leqslant\varepsilon/(1-q). \tag{5}$$

Рассмотрим теперь случай, когда $m_1>n_1+1,\ m_2>n_2+1$. Оценим разность

$$|P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}-q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_1\vee m_2}|\leqslant\max(P\{T_1\geqslant m_1,$$
$$T_2\geqslant m_2\},\ q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_1\vee m_2})\leqslant\max(P\{T_1\geqslant n_1+1,\ T_2\geqslant n_2+1\},$$
$$q_1^{n_1+1}q_2^{n_2+1}q_{12}^{n_1\vee n_2+1})=\max(P\{T_1\geqslant n_1+1,\ T_2\geqslant n_2+1\}\pm$$
$$\pm q_1^{n_1+1}q_2^{n_2+1}q_{12}^{n_1\vee n_2+1},\quad q_1^{n_1+1}q_2^{n_2+1}q_{12}^{n_1\vee n_2+1})\leqslant\varepsilon/(1-q)+$$
$$+q_1^{n_1+1}q_2^{n_2+1}q_{12}^{n_1\vee n_2+1}. \tag{6}$$

Пусть $m_1>n_1+1,\ m_2\leqslant n_2+1$. Тогда

$$|P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}-q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_1\vee m_2}|\leqslant\max(P\{T_1\geqslant n_1+1,$$
$$T_2\geqslant m_2\},\quad q_1^{n_1+1}q_2^{m_2}q_{12}^{(n_1+1)\vee m_2})\leqslant\varepsilon/(1-q)+q_1^{n_1+1}q_2^{m_2}q_{12}^{(n_1+1)\vee m_2}. \tag{7}$$

При $m_1\leqslant n_1+1,\ m_2>n_2+1$ можно получить неравенство, аналогичное (7):

$$|P\{T_1\geqslant m_1,\ T_2\geqslant m_2\}-q_1^{m_1}q_2^{m_2}q_{12}^{m_1\vee m_2}|\leqslant\varepsilon/(1-q)+q_1^{m_1}q_2^{n_2+1}q_{12}^{m_1\vee(n_2+1)}. \tag{8}$$

С учетом оценок (5)—(8) утверждение теоремы 1 очевидно, если заметить, что $(q_1\vee q_2)\,q_{12}\leqslant(q_1+q_2)\,q_{12}=P\{T_1\geqslant 1\}+P\{T_2\geqslant \geqslant 1\}<1$.

Нам понадобятся в дальнейшем два несложных неравенства:

$$|e^x-e^y|\leqslant|x-y| \tag{9}$$

при $x,\ y \leqslant 0$,

$$\ln x \leqslant x - 1 \tag{10}$$

при $0 < x < 1$.

Приступим к исследованию устойчивости ДПР. Пусть (X_1, X_2)— случайный вектор с положительными компонентами и распределением $\bar F(t_1, t_2) = P\{X_1 \geqslant t_1, X_2 \geqslant t_2\}$. Предположим, что при t_1, $t_2 \in (0, \infty)$, $0 < \bar F(t_1, t_2), \bar F(0, t_2), \bar F(t_1, 0) < 1$.

Теорема 2. Допустим, что для некоторого $s > 0$ и всех $m_i = 0, 1, \ldots, n_i$, $i = 1, 2$ (n_1, n_2 — целые числа, бóльшие единицы) справедливо неравенство

$$|P\{X_1 \geqslant m_1 s + s,\ X_2 \geqslant m_2 s + s / X_1 \geqslant s,\ X_2 \geqslant s\} - \\ - P\{X_1 \geqslant m_1 s,\ X_2 \geqslant m_2 s\}| P\{X_1 \geqslant s,\ X_2 \geqslant s\} \leqslant \varepsilon, \tag{11}$$

где $\varepsilon \geqslant 0$. Тогда

$$\inf_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12} > 0} \ \sup_{t_1, t_2 \geqslant 0} |\bar F(t_1, t_2) - \exp\{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \lambda_{12}(t_1 \vee t_2)\}| \leqslant \\ \leqslant 2 \ln \bar F^{-1}(s, s) + 2\varepsilon (1 - \bar F(s, s))^{-1} + 3Q^{n_1 \wedge n_2 + 1},$$

где $Q = \bar F(s, 0) + \bar F(0, s)$.

Доказательство. Оценим разность

$$|\bar F(t_1, t_2) - \exp\{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \lambda_{12}(t_1 \vee t_2)\}| \leqslant \\ \leqslant |\bar F(t_1, t_2) - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}| + |q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2} - \exp\{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \\ - \lambda_{12}(t_1 \vee t_2)\}|. \tag{12}$$

Здесь $q_1 = P\{X_1 \geqslant s / X_2 \geqslant s\}$, $q_2 = P\{X_2 \geqslant s / X_1 \geqslant s\}$, $q_{12} = P\{X_1 \geqslant s, X_2 \geqslant s\} / q_1 q_2$, $k_1 = [t_1 / s]$, $k_2 = [t_2 / s]$, $[a]$ — целая часть числа a.

Воспользуемся (9) и оценим второе слагаемое из правой части неравенства (12):

$$N_1(t_1, t_2) = |q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2} - \exp\{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \lambda_{12}(t_1 \vee t_2)\}| = \\ = |\exp\{k_1 \ln q_1 + k_2 \ln q_2 + (k_1 \vee k_2) \ln q_{12}\} - \exp\{-\lambda_1 t_1 - \lambda_2 t_2 - \\ - \lambda_{12}(t_1 \vee t_2)\}| \leqslant \left| \lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2 + \lambda_{12}(t_1 \vee t_2) - k_1 \ln \frac{1}{q_1} - \right. \\ \left. - k_2 \ln \frac{1}{q_2} - (k_1 \vee k_2) \ln \frac{1}{q_{12}} \right|.$$

Пусть $\lambda_1 = \frac{1}{s} \ln \frac{1}{q_1}$, $\lambda_2 = \frac{1}{s} \ln \frac{1}{q_2}$, $\lambda_{12} = \frac{1}{s} \ln \frac{1}{q_{12}}$, т. е. параметры λ_1, λ_2, λ_{12} удовлетворяют системе уравнений $e^{-\lambda_1 s} = q_1 = P\{X_1 \geqslant s / X_2 \geqslant s\}$, $e^{-\lambda_2 s} = q_2 = P\{X_2 \geqslant s / X_1 \geqslant s\}$, $e^{-\lambda_{12} s} = q_{12} = P^{-1}\{X_1 \geqslant s, X_2 \geqslant s\} P\{X_1 \geqslant s\} P\{X_2 \geqslant s\}$. При таком выборе параметров λ_1, λ_2, λ_{12} для всех t_1, $t_2 \geqslant 0$

$$N_1(t_1, t_2) \leqslant \ln \frac{1}{q_1} + \ln \frac{1}{q_2} + \ln \frac{1}{q_{12}} = \ln \frac{1}{q_1 q_2 q_{12}} = \ln \frac{1}{\overline{F}(s, s)}. \quad (13)$$

Теперь оценим первое слагаемое правой части (12)

$$|\overline{F}(t_1, t_2) - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}| \leqslant |\overline{F}(t_1, t_2) -$$

$$- \overline{F}(k_1 s, k_2 s)| + |\overline{F}(k_1 s, k_2 s) - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}|. \quad (14)$$

Введем в рассмотрение случайный вектор (T_1, T_2) с целочисленными компонентами, для которого выполняются такие равенства:

$$\{T_1 \geqslant m_1,\ T_2 \geqslant m_2\} = \{X_1 \geqslant m_1 s,\ X_2 \geqslant m_2 s\},$$

$$P\{T_1 \geqslant m_1,\ T_2 \geqslant m_2\} = P\{X_1 \geqslant m_1 s,\ X_2 \geqslant m_2 s\}, \quad m_1, m_2 = 0, 1, 2, \ldots$$

Тогда из справедливости условия (11) вытекает выполнимость предположений теоремы 1 для (T_1, T_2) и, следовательно,

$$\sup_{m_1, m_2 \geqslant 0} |P\{T_1 \geqslant m_1,\ T_2 \geqslant m_2\} - q_1^{m_1} q_2^{m_2} q_{12}^{m_1 \vee m_2}| \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon/(1 - q_1 q_2 q_{12}) + Q^{n_1 \wedge n_2 + 1},$$

где $Q = P\{X_1 \geqslant s\} + P\{X_2 \geqslant s\} = \overline{F}(s, 0) + \overline{F}(0, s)$. Отсюда получаем

$$\sup_{t_1, t_2 \geqslant 0} |\overline{F}(k_1 s, k_2 s) - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}| \leqslant \varepsilon/(1 - \overline{F}(s, s)) + Q^{n_1 \Delta n_2 + 1}. \quad (15)$$

Чтобы оценить $N_2(t_1, t_2) = |\overline{F}(t_1, t_2) - \overline{F}(k_1 s, k_2 s)|$, необходимо рассмотреть четыре различных случая.

Начнем с первого, когда $t_i \leqslant (n_i + 1)s$, $i = 1, 2$:

$$N_2(t_1, t_2) \leqslant |\overline{F}((k_1 + 1)s, (k_2 + 1)s) - \overline{F}(k_1 s, k_2 s)| \leqslant |\overline{F}((k_1 + 1)s,$$

$$(k_2 + 1)s) - \overline{F}(s, s)\overline{F}(k_1 s, k_2 s)| + |\overline{F}(s, s)\overline{F}(k_1 s, k_2 s) -$$

$$- \overline{F}(k_1 s, k_2 s)| \leqslant \varepsilon + 1 - \overline{F}(s, s) \leqslant \varepsilon + \ln \overline{F}^{-1}(s, s). \quad (16)$$

При выводе последней цепочки неравенств мы воспользовались соотношениями (11), (10).

Рассмотрим случай $t_i > (n_i + 1)s$, $i = 1, 2$:

$$N_2(t_1, t_2) \leqslant \max(\overline{F}(t_1, t_2), \overline{F}(k_1 s, k_2 s)) = \overline{F}(k_1 s, k_2 s) \leqslant$$

$$\leqslant \overline{F}((n_1 + 1)s, (n_2 + 1)s) \pm q_1^{n_1 + 1} q_2^{n_2 + 1} q_{12}^{n_1 \vee n_2 + 1}.$$

Отсюда с учетом (15) следует, что $N_2(t_1, t_2) \leqslant \varepsilon/(1 - \overline{F}(s, s)) + Q^{n_1 \Delta n_2 + 1} + \overline{F}^{n_1 \wedge n_2 + 1}(s, s)$. Заметим, что $\overline{F}(s, s) = P\{X_1 \geqslant s\} + P\{X_2 \geqslant s\} - P\{(X_1 \geqslant s) \cup (X_2 \geqslant s)\} \leqslant P\{X_1 \geqslant s\} + P\{X_2 \geqslant s\} =$

$= Q$, поэтому можно записать

$$N_2(t_1, t_2) \leqslant \varepsilon/(1 - \overline{F}(s, s)) + 2Q^{n_1 \wedge n_2 + 1}. \tag{17}$$

Проводя для случаев $t_1 > (n_1 + 1) s$, $t_2 \leqslant (n_2 + 1) s$ и $t_1 \leqslant (n_1 + 1) s$, $t_2 > (n_2 + 1) s$ рассуждения, аналогичные доказательству (17), несложно показать, что оценка (17) справедлива и в этих случаях.

Таким образом, из (16) и (17) следует, что

$$N_2(t_1, t_2) \leqslant \varepsilon/(1 - \overline{F}(s, s)) + \ln \overline{F}^{-1}(s, s) + 2Q^{n_1 \wedge n_2 + 1} \tag{18}$$

для всех t_1, $t_2 \geqslant 0$. Из (14), (15) и (18) получаем

$$|\overline{F}(t_1, t_2) - q_1^{k_1} q_2^{k_2} q_{12}^{k_1 \vee k_2}| \leqslant 2\varepsilon/(1 - \overline{F}(s, s)) + \\ + \ln \overline{F}^{-1}(s, s) + 3Q^{n_1 \wedge n_2 + 1} \tag{19}$$

для всех t_1, $t_2 \geqslant 0$.

Теперь утверждение теоремы очевидно следует из (19), (13) и (12).

Отметим, что приведенные результаты несложно распространить, используя методику, предложенную в работе [1], и на многомерные показательные распределения размерности больше двух.

1. *Клебанов Л. Б., Меламед И. А.* Свойство ε-отсутствия последствия в конечном числе точек и устойчивость характеризации показательного распределения // Проблемы устойчивости стохастических моделей. М., 1984. С. 89—92. 2. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. М., 1984. 328 с.

Поступила в редколлегию 10.01.86

УДК 519.21

Ю. И. МАЖУГА, асп., Киев. ун-т

ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТА ОБРЫВА НЕПРЕРЫВНОГО ОДНОРОДНОГО МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА

В работе [1] изучается асимптотика марковских моментов на однородных цепях Маркова с общим фазовым пространством и дискретным временем. В данной статье результаты [1] переносятся на случай непрерывных полугрупп. Задача оценки распределения момента первого наступления решалась в работе [2]. Однако методы и результаты [2] основаны на условии равномерного перемешивания системы.

1. Рассмотрим однородный марковский процесс $(x_t(\omega), t \geqslant 0)$ на пространстве (Ω, M^0, M_t, P_x), который согласован с потоком M_t и принимает значения в измеримом пространстве $(E, \mathscr{E})$. Пусть ζ — момент обрыва относительно системы (Ω, M^0, M_t, P_x), т. е. $\{\zeta \leqslant t\} \in M_t$ и для всех $t, u \geqslant 0$, $B \in \mathscr{E}$, $x \in E$ [3]

$$P_x\{\zeta > t + u, x_{t+u} \in B/M_t\} = P_{x_t}\{\zeta > u, x_u \in B\} 1_{\zeta > t}. \tag{1}$$