

КРИТИКА ТА БІБЛІОГРАФІЯ

Теор. ймовірност. та матем. статист.
Вип. 51, 1994, стор. 157–158

Teor. İmovirnost. ta Matem. Statyst.
No. 51, 1994, pp. 157–158

Гауссовские случайные функции, М. А. Лифшиц. “ТВіМС”, Київ, 1994, 256 стор.

Автор монографії ставить своєю метою изложити ряд важних результатів, отриманих в теорії гауссовських випадливих процесів за останні 15–20 років.

Прежде всего это

- 1) представлення випадливих функцій параметричними сімействами елементів конкретних гільбертових просторів (моделі кореляційних функцій);
- 2) осциляція траєкторії випадливих функцій з изложением теоремы Ито–Нисиро об осциляції гауссовських процесів;
- 3) ізопериметричні теореми для гауссовських мер, випуклість гауссовських мер μ , в частности, нерівність Эрхарда;
- 4) вероятности больших уклонений;
- 5) энтропийные характеристики гауссовських розподілів.

Выбор именно этих разделов теории гауссовских мер представляется весьма удачным. Во-первых, отобраны важные и глубокие результаты, имеющие не узкоспециальный, а даже общематематический интерес. Во-вторых, все эти результаты в монографической литературе на русском языке излагаются впервые. Предлагаемая монография практически не имеет общих мест с монографией Ибрагимова и Розанова [1] и очень мало перекрытий с монографиями Розанова [2] и Судакова [3].

Автор разделил свою книгу на 19 параграфов. Первые пять носят вводный характер. В них определяются гауссовы меры, их корреляционные характеристики, гауссовские случайные процессы, приводятся примеры таких процессов.

В §6 рассматриваются корреляционные модели, под которыми автор понимает те или иные удобные изоморфные представления гильбертова пространства гауссовых величин.

В §7 определяются осциляции и доказывается теорема Ито–Нисиро о детерминированном поведении осцилляций гауссовых процессов.

В §8 вводятся бесконечномерные гауссовы распределения, их ковариационные операторы, характеристические функционалы. В качестве примеров рассматриваются гауссова мера в \mathbb{R}^∞ и гильбертовом пространстве.

В §9 рассматривается ядро гауссовской меры и связанные с ним вопросы.

В §10 исследуются некоторые важные типы гауссовских распределений (меры в \mathbb{R}^∞ , в гильбертовом пространстве, мера Винера, меры, порожденные стационарными процессами).

§11 посвящен изопериметрической проблеме для гауссовых мер и свойствам выпуклости. Выясняется изопериметрическое свойство полупространств в евклидовых и бесконечномерных пространствах. С решением изопериметрической задачи связываются точные оценки убывания хвостов гауссовых мер в бесконечномерных пространствах. Здесь же доказываются разные варианты неравенств для выпуклых комбинаций гауссовых мер.

В §12–§13 приводятся различные оценки вероятностей больших отклонений для гауссовых мер.

В §14 рассматриваются энтропийные оценки поведения распределений супремумов гауссовских величин и принцип сравнения.

В §15 с помощью техники, развитой в предыдущем параграфе, изучаются условия ограниченности и непрерывности выборочных функций гауссовских процессов. В частности, приводится оценка модуля непрерывности выборочных функций с помощью интеграла Дадли и условия Ферника непрерывности гауссовских однородных полей.

В §16 рассматриваются мажорирующие меры как средство анализа регулярности реализаций гауссовских процессов.

В §17 доказываются различные формы функционального закона повторного логарифма, включая оценку скорости сходимости в законе Штрассена.

В §18 исследуются вероятности попадания в шары малого диаметра.

§19 содержит постановку 10 открытых проблем о гауссовских мерах.

Монография снабжена хорошим библиографическим и историческим комментарием и списком литературы, насчитывающим около 400 наименований.

Будучи весьма удачно написанной, монография М. А. Лифшица решает сразу две задачи. Во-первых, чисто научную: это удовлетворяющее современным требованиям изложение фундаментальных результатов теории гауссовских мер. Во-вторых, хотя и рассчитанная на достаточно квалифицированного читателя, эта монография по характеру изложения материала доступна даже студентам старших курсов университетов и вполне может выступать в качестве учебного пособия.

У этой книги длинная история. Уже довольно давно рукопись представлена издательству "Наука", но в силу всем нам известных обстоятельств не была опубликована. Автор подготовил английский вариант своей монографии, который и выходит в скором времени в издательстве "Kluwer". Теперь автор подготовил новый русский вариант рукописи. Мне весьма импонирует желание М. А. Лифшица видеть свою книгу изданной по-русски.

Из сказанного выше также ясно, что я нахожу монографию М. А. Лифшица нужной и полезной и считаю ее издание на русском языке весьма целесообразным.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Ибрагимов и Ю. А. Розанов, *Гауссовские случайные процессы*, "Наука", Москва, 1970.
2. Ю. А. Розанов, *Гауссовские бесконечномерные распределения*, "Наука" (Труды МИАН СССР, т. 108), Москва, 1968.
3. В. Н. Судаков, *Геометрические проблемы теории бесконечномерных вероятностных распределений*, "Наука" (Труды МИАН СССР, т. 161), Москва, 1976.

И. А. ИБРАГИМОВ