

РЕЦЕНЗІЇ ТА БІБЛІОГРАФІЯ

Теор. ймовірност. та матем. статист.
Вип. 54. 1996, стор. 170–171

Teor. ĭmovirnost. ta Matem. Statyst.
No. 54. 1996, pp. 170–171

Some Aspects of Brownian Motion. Part I: Some special functionals. M. Yor. Lectures in mathematics. ETH Zürich. Birkhauser Verlag, Basel–Boston–Berlin, 1992, 136 pp.

В основу книги Марка Йора, що присвячена вивченню розподілів функціоналів від броунівського руху, покладено 1-шу частину курсу лекцій, прочитаних автором у 1991–1992 рр. у Цюріхській вищій технічній школі (ETH). М. Йор зумів у цій книзі досить невеликого об'єму відійти від викладу класичних результатів і дати вельми наочне віддзеркалення сучасного стану досліджень з цієї проблематики. Більшість наведених у ній результатів отримані десь за останні 10 років і майже ніколи ще не друкувалися у монографічній літературі; помітна частина їх належить самому авторові, який плідно працює у цій царині.

Книга складається з 9 глав, кожна з яких призначена вивченню розподілів певного класу функціоналів. У першій главі розглянуто лінійні перетворення гауссового простору, асоційованого з броунівським рухом, та властивості броунівського мосту. В другій главі вивчаються квадратичні функціонали від лінійного броунівського руху B_t , $t \geq 0$ та квадрати бesselових процесів. За допомогою теореми Гірсанова отримано точний вираз для перетворення Лапласа для функціоналів типу $\alpha B_t^2 + \int_0^t B_s^2 ds$, $\int_0^t B_s^2 d\mu(s)$ та узагальнення формули Леві для випадкових площ.

Третя і четверта глави присвячені броунівському локальному часу. В них наведено теорему Рея-Найта та її узагальнення, що пов'язують розподіли броунівського локального часу з розподілом квадрата d -вимірного процесу Бесселя. Доведено також цікаві співвідношення для розподілу локальних часів процесів Бесселя.

В главах 5 та 7 отримано точні та асимптотичні результати стосовно порядку однієї чи декількох плоских броунівських кривих відносно однієї чи декількох фіксованих точок, не випадкових прямих чи кривих на площині та часток самоперетину. Розглянуто також випадок броунівського руху в \mathbb{R}^3 .

Шоста глава, у якій вивчаються експоненціальні функціонали типу

$$\int_0^t \exp(aB_s + b) ds,$$

де $a, b \in \mathbb{R}$, $(B_s, s \geq 0)$ — стандартний броунівський рух, має безпосередній зв'язок з так званими “Asian опціонами”, що виникають у фінансовій математиці.

У восьмій та дев'ятій главах автор дає нові цікаві узагальнення закону арксинуса Леві для розподілу часу перебування випадкового процесу вище (нижче) деякого рівня для броунівського мосту, процесів Бесселя, броунівського руху за Уолшем

та броунівського руху з віддзеркаленням. Результати дев'ятої глави, що присвячені броунівському руху з віддзеркаленням, є новими і отримані автором під час читання курсу.

Хоча розуміння основних результатів книги потребує від читача володіння основами теорії випадкових процесів (марковських процесів, стохастичного аналізу та теорії мартингалів), проте вдала організація матеріалу, сучасна математична мова, цікаві коментарі і вправи у кінці кожної глави значно полегшують сприйняття тексту і роблять цю книгу привабливою як для широкого кола спеціалістів з теорії ймовірностей так і для аспірантів та студентів старших курсів відповідних навчальних закладів.

Н. М. Зінченко