Н. П. СЛОБОДЕНЮК, ст. научн. сотр.
Институт математики АН УССР

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА ПОПАДАНИЙ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДАНИЯ В ФИКСИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ

Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$— независимые одинаково распределенные целочисленные случайные величины, $M\xi_k = 0, S_0 = 0, S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$, $n \geqslant 1$. Случайное блуждание $\{S_n\}$, $n \geqslant 0$, возвратно. Пусть s — целая точка на прямой, $\eta_n^{(s)}$ — число попаданий блуждания в состояние s за первые n шагов, $p_{nk}^{(s)} = P\,\{\eta_n^{(s)} = k\}$. В [1] получено асимптотическое разложение вероятности $p_{nk}^{(0)}$ при $n \to \infty$, $k = o\,(n)$, в предположении, что производящая функция шага ξ_k удовлетворяет условию Крамера. В настоящей заметке при тех же предположениях приводится асимптотическое разложение вероятности $p_{nk}^{(s)}$ для любого фиксированного состояния s.

1. Будем считать, что общий наибольший делитель возможных значений ξ_k равен 1, а общий наибольший делитель разностей возможных значений равен l. Обозначим

$$p_k = \boldsymbol{P}\,\{\xi_1 = k\},\ k = 0, \pm 1,\ \ldots;\quad P\,(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k z^k.$$

Будем предполагать, что выполняется условие Крамера: существуют такие постоянные $0 < h < 1 < H$, что функция $P\,(z)$ регулярна в области $h < |z| < H$.

2. Обозначим через $\lambda_k^{(s)}$ вероятность того, что блуждающая точка впервые попадет в состояние s на k-м шаге. Вероятности $p_{nk}^{(s)}$ удовлетворяют следующим уравнениям и начальным и граничным условиям:

$$p_{00}^{(s)} = 1;\quad p_{n0}^{(s)} = 1 - \sum_{m=1}^{n} \lambda_m^{(s)},\qquad n \geqslant 1; \tag{1}$$

$$p_{nk}^{(s)} = \sum_{m=1}^{n} \lambda_m^{(s)} p_{n-m,k-1}^{(0)},\qquad n \geqslant 1,\ 1 \leqslant k \leqslant n. \tag{2}$$

Положим $\lambda_s(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^{(s)} z^k$, $|z| \leqslant 1$. Методом производящих функций из (1) и (2) легко получить соотношения $(0 < r < 1)$:

$$p_{n0}^{(s)} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|z|=r} \frac{1 - \lambda_s(z)}{z^{n+1}(1-z)}\, dz; \tag{3}$$

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|z|=r} \frac{\lambda_s(z)\, \lambda_0^{k-1}(z)\,(1 - \lambda_0(z))}{z^{n+1}(1-z)}\, dz, \qquad k \geqslant 1. \tag{4}$$

3. Установим некоторые аналитические свойства производящей функции $\lambda_s(z)$, необходимые для дальнейшего. Положим

$$u(z, w) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \lambda_s(z)\, w^s, \qquad |z| < 1, \quad h < |w| < H.$$

В [1] показано, что

$$u(z, w) = zP(w)\,(1 - \lambda_0(z))\,(1 - zP(w))^{-1} \tag{5}$$

(в принятых там обозначениях $\lambda_n^{(s)} = u_{ns}$, $\lambda_0(z) = \lambda(z)$). Положим

$$\Lambda_s(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|w|=1} \frac{dw}{w^{s+1}(1 - zP(w))}. \tag{6}$$

Обратив (5) относительно $\lambda_s(z)$, найдем, что

$$\lambda_0(z) = 1 - \Lambda_0^{-1}(z), \tag{7}$$

$$\lambda_s(z) = (1 - \lambda_0(z))\, \Lambda_s(z), \qquad s \neq 0. \tag{8}$$

Непосредственно из определения $\lambda_s(z)$ вытекает, что $\lambda_s(z)$ регулярна в области $|z| < 1$ и непрерывна вплоть до границы этой области. Ясно также, что точка $z = 1$ является для $\lambda_s(z)$ особой точкой: $\lim\limits_{z \to 1-0} \lambda_s(z) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} k\lambda_k^{(s)} = \infty$. Функция $\lambda_0(z)$ изучена в [1]. Аналогично можно исследовать и $\lambda_s(z)$ при $s \neq 0$. Отметим здесь основные моменты такого исследования.

Предположим, что $l = 1$. Тогда из (6) вытекает, что $\Lambda_s(z)$ регулярна в круге $|z| < 1$ и аналитически продолжается через каждую точку окружности $|z| = 1$, кроме точки $z = 1$. В достаточно малую окрестность точки $z = 1$ (кроме самой этой точки) функцию $\Lambda_s(z)$ можно аналитически продолжить равенством

$$\Lambda_s(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|w|=1-\varepsilon} \frac{dw}{w^{s+1}(1 - zP(w))} - \{z\,(w(z))^{s+1} P'(w(z))\}^{-1} =$$

$$= \alpha_s(z) + \beta_s(z), \tag{9}$$

где $\varepsilon > 0$ таково, что $P(w) \neq 1$ при $1 - \varepsilon \leqslant |w| < 1$, $w(z)$ — двухзначная аналитическая в окрестности точки $z = 1$ функция, неявно заданная уравнением $1 - zP(w) = 0$ и условием $w(1) =$

$= 1$, для которой точка $z = 1$ служит алгебраической точкой ветвления второго порядка (подробнее см. [1]), а $\alpha_s(z)$ и $\beta_s(z)$ обозначают соответственно первое и второе слагаемые.

Функция $w(z)$ в окрестности точки $z = 1$ допускает разложение в степенной ряд по степеням $\sqrt{1-z}$ с вещественными коэффициентами:

$$w(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k (1-z)^{\frac{k}{2}}, \tag{10}$$

$$c_0 = 1, \quad c_1 = -\sqrt{\frac{2}{\mu_2}}, \quad c_2 = \frac{3\mu_2 - \mu_3}{3\mu_2^2},$$

$$c_3 = \frac{3\mu_2(4\mu_3 + \mu_4 - 4\mu_2 - 6\mu_2^2) - 5\mu_3^2}{18\mu_2^3\sqrt{2\mu_2}}, \ \ldots;$$

c_k выражается через первые $k+1$ моментов величины ξ_1 (здесь $\mu_k = \mathbf{M}\xi_1^k$). Функция $\alpha_s(z)$ регулярна в окрестности точки $z = 1$:

$$\alpha_s(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k^{(s)} (z-1)^k, \tag{11}$$

где

$$\alpha_k^{(s)} = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{|w|=1-\varepsilon} \frac{P^k(w)\,dw}{w^{s+1}(1-P(w))^{k+1}}, \qquad k = 0, 1, \ldots.$$

Функция $\beta_s(z)$ является двухзначной аналитической функцией в окрестности точки $z = 1$, допускающей разложение в степенной ряд по степеням $\sqrt{1-z}$ с вещественными коэффициентами:

$$\beta_s(z) = -\{z(w(z))^{s+1} P'(w(z))\}^{-1} = \sum_{k=-1}^{\infty} \beta_k^{(s)} (1-z)^{\frac{k}{2}}. \tag{12}$$

Коэффициенты $\beta_k^{(s)}$ можно найти непосредственным разложением левой части (12) в ряд по степеням $\sqrt{1-z}$, использовав при этом разложение (10).

Пусть теперь $l > 1$ (блуждание периодично с периодом l). Обозначим через q наименьшее целое неотрицательное число, такое, что $|s| \equiv q \pmod{l}$. Тогда $\lambda_k^{(s)} \neq 0$ лишь для $k \equiv q \pmod{l}$, так что $\lambda_s(z) = z^q \sum\limits_{k=0}^{\infty} \lambda_{q+kl}^{(s)} z^{kl}$. Если положить $\varepsilon_m = \exp\left\{\frac{2\pi m}{l} i\right\}$, то

$$\lambda_s(\varepsilon_m z) = \varepsilon_m^q \lambda_s(z), \qquad m = 0, 1, \ldots, l-1; \tag{13}$$

поэтому достаточно исследовать $\Lambda_s(z)$ лишь в окрестности точки $z = 1$, а это можно сделать точно так, как и в случае $l = 1$.

Учитывая установленные свойства $\Lambda_s(z)$ и формулы (7)—(9), (11) и (12), приходим к следующему утверждению.

Существует такое число $R > 1$, что функция $\lambda_s(z)$ аналитически продолжается в область $|z| < R$ с l выброшенными точками ε_m, которые служат для нее алгебраическими точками ветвления второго порядка. В окрестности точки ε_m функция $\lambda_s(z)$ представима сходящимся степенным рядом относительно $(1-\varepsilon_m^{-1}z)^{\frac{1}{2}}$:

$$\lambda_s(z)=\varepsilon_m^q\left(1+\sum_{k=1}^{\infty} d_k^{(s)}(1-\varepsilon_m^{-1}z)^{\frac{k}{2}}\right). \tag{14}$$

Коэффициенты $d_k^{(s)}$ можно найти, разложив правые части в формулах (7) и (8) в ряд по степеням $\sqrt{1-z}$, использовав при этом разложения (11) и (12). В частности

$$d_1^{(0)}=-\sqrt{2\mu_2},\quad d_2^{(0)}=\frac{2\mu_3+6\alpha_0^{(0)}\mu_2^2}{3\mu_2},$$

$$d_3^{(0)}=\frac{7\mu_3^2-9\mu_2\mu_4+12\mu_2^2(3-4\alpha_0^{(0)}\mu_3)-18\mu_2^3-72(\alpha_0^{(0)})^2\mu_2^4}{18\mu_2^2\sqrt{2\mu_2}};$$

коэффициент $d_k^{(0)}$ при $k\geqslant 2$ выражается через первые $k+1$ моментов величины ξ_1 и первые $\left[\frac{k}{2}\right]-1$ постоянные $\alpha_k^{(0)}$ (здесь и везде в дальнейшем $[r]$ обозначает целую часть r). При $s\neq 0$

$$d_1^{(s)}=\sqrt{2}\,\{\mu_2^{\frac{1}{2}}(\alpha_0^{(s)}-\alpha_0^{(0)})+s\mu_2^{-\frac{1}{2}}\},$$

$$d_2^{(s)}=\frac{2}{3}\mu_2^{-1}(\alpha_0^{(0)}-\alpha_0^{(s)})(\mu_3+3\alpha_0^{(0)}\mu_2^2)+\frac{s}{3}\mu_2^{-2}(\mu_3-6\alpha_0^{(0)}\mu_2^2+3s\mu_2);$$

коэффициент $d_k^{(s)}$ при $s\neq 0$, $k\geqslant 1$ выражается через первые $k+1$ моментов величины ξ_1 и первые $\left[\frac{k-1}{2}\right]$ постоянные $\alpha_k^{(s)}$. Из (8) и того, что $d_1^{(0)}<0$, вытекает, что $d_1^{(s)}<0$ $(s\neq 0)$.

Указанных свойств $\lambda_s(z)$ достаточно для того, чтобы выполнить интегрирование в формулах (3) и (4).

4. Будем искать асимптотическое разложение вероятности $p_{nk}^{(s)}$ при $n\to\infty$ для $k=O(n)$, $k\neq 0$. Считаем, что $n\equiv|s| \pmod{l}$.

Обозначим через G_ε область, которая получается из круга $|z|<1+\varepsilon^2$ $(\varepsilon^2<R-1)$, если его разрезать вдоль отрезков $[\varepsilon_m, (1+\varepsilon^2)\varepsilon_m)$, $m=0, 1, \ldots, l-1$. В формуле (4) будем понимать под $\lambda_s(z)$ регулярные в G_ε ветви этих функций, определяемые условием: $\arg\sqrt{1-z}=0$ при $0<z<1$. Заменим в этой формуле контур интегрирования новым положительно ориентированным контуром, составленным из окружности $|z|=1+\varepsilon^2$ и l «верхних» C_m' и l «нижних» C_m'' берегов разрезов вдоль отрезков $[\varepsilon_m, (1+\varepsilon^2)\varepsilon_m)$. Из формулы (14) вытекает, что для $1\leqslant x\leqslant 1+\varepsilon^2$, $x\in C_0'$

$$\lambda_s'(x)=1+\sum_{m=1}^{\infty}(-i)^m d_m^{(s)}(x-1)^{\frac{m}{2}}, \tag{15}$$

а при $x \in C_0''$ значения функции $\lambda_s(x)$ комплексно сопряжены с ее значениями в соответствующих точках $x \in C_0'$. Легко видеть, что

$$\left| \int\limits_{|z|=1+\varepsilon^2} \frac{\lambda_s(z)\lambda_0^{k-1}(z)(1-\lambda_0(z))}{z^{n+1}(1-z)} dz \right| = o(e^{-\delta n}),$$

где $\delta > 0$ — некоторая постоянная. Поэтому

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=0}^{l-1} \left\{ \int\limits_{C_m'} + \int\limits_{C_m''} \right\} \frac{\lambda_s(z)\lambda_0^{k-1}(z)(1-\lambda_0(z))}{z^{n+1}(1-z)} dz + o(e^{-\delta n}).$$

В дальнейшем для сокращения записей будем писать $\lambda_0(z) = \lambda(z)$, $d_k^{(0)} = d_k$. Учитывая соотношения (13) и (15), после несложных выкладок получим

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{2l}{\pi} \int\limits_0^{\varepsilon} \frac{\operatorname{Re}\{i\overset{*}{\lambda}_s(1+x^2)\lambda^{k-1}(1+x^2)(1-\lambda(1+x^2))\}}{x\sum\limits_{m=1}^{l}(1+x^2)^{m+n}} dx + o(e^{-\delta n})$$

(здесь под $\lambda(x)$ и $\lambda_s(x)$ при $1 \leqslant x \leqslant 1+\varepsilon^2$ понимаем значения этих функций на C_0').

Пусть $u(x)$, $v(x)$, $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ определены, как в [1]:

$$u(x) = |\lambda(1+x^2)|^2; \quad v(x) = |1-\lambda(1+x^2)|\,|d_1x|^{-1};$$

$$\varphi(x) = \arg\lambda(1+x^2); \quad \psi(x) = \arg\{i(1-\lambda(1+x^2))\}.$$

Обозначим ($s = 0, \pm 1, \ldots$)

$$v_s(x) = |\lambda_s(1+x^2)\lambda^{-1}(1+x^2)| =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} v_m^{(s)} x^{2m} = 1 + \frac{1}{2}\{(d_1^{(s)})^2 - 2d_2^{(s)} - d_1^2 + 2d_2\}x^2 + \cdots;$$

$$\psi_s(x) = \arg\{\lambda_s(1+x^2)\lambda^{-1}(1+x^2)\} = \sum_{m=1}^{\infty}\psi_m^{(s)}x^{2m-1} = (d_1 - d_1^{(s)})x + \cdots.$$

В этих обозначениях

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{l\,|d_1|}{\pi} \int\limits_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{u^{\frac{k}{2}}(x)\,v(x)\,v_s(x)}{\sum\limits_{m=1}^{l}(1+x^2)^{m+n}} \exp\{i(k\varphi(x) + \psi(x) + \psi_s(x))\}\,dx +$$

$$+ o(e^{-\delta n}) = \frac{|d_1|}{\pi} \int\limits_{-\varepsilon}^{\varepsilon} L(x)\,L_s(x)\exp\{-nh(x)\}\,dx + o(e^{-\delta n}), \quad (16)$$

где

$$L(x) = \exp\left\{\ln(lv(x)) - \ln\sum_{m=1}^{l}(1+x^2)^m + i\psi(x)\right\},$$

$$L_s(x) = \exp\{\ln v_s(x) + i\psi_s(x)\},$$

$$h(x) = h\left(\frac{k}{n}, x\right) = \ln(1+x^2) - \frac{k}{2n}\ln u(x) - \frac{ik}{n}\varphi(x).$$

Заметим, что представление (16) вероятности $p_{nk}^{(s)}$ отличается от соответствующего представления вероятности $p_{nk} = p_{nk}^{(0)}$ в [1] лишь наличием множителя $L_s(x)$ в подынтегральном выражении. Так как функция $L_s(z)$ регулярна в окрестности точки $z = 0$, то, повторив выкладки из [1] (с заменой $L(z)$ на $L(z) L_s(z)$), получим, что для любого целого $m \geqslant 0$

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{|d_1|}{\sqrt{\pi n}} e^{-nh(c)} \left\{ \sum_{j=0}^{\left[\frac{3m}{2}\right]} \frac{L_{1s}^{(2j)}(0)\sqrt{2}}{(2n)^j\, j!\, (h''(c))^{j/2}} + O\left(n^{-\frac{m+1}{2}}\right) \right\}, \tag{17}$$

где

$$L_{1s}(x) = L(c+x) L_s(c+x) \exp\{-ng(x)\},$$

$$g(x) = h(c+x) - h(c) - \frac{h''(c)}{2} x^2$$

и $c = c\left(\frac{k}{n}\right)$ — точка перевала функции $h(z) = h\left(\frac{k}{n}, z\right)$ в достаточно малой окрестности точки $z = 0$:

$$c = \frac{i|d_1|k}{2n}\left(1 + \frac{d_1^2 - 2d_2}{2}\frac{k}{n} + \ldots\right)$$

(подробнее см. [1]).

Принимая во внимание, что

$$h(c) = \frac{d_1^2k^2}{4n^2}\left\{1 + \frac{d_1^2 - 2d_2}{2}\frac{k}{n} + \ldots\right\} = \frac{d_1^2k^2}{4n^2} H\left(\frac{k}{n}\right),$$

$$h''(c) = 2 - (d_1^2 - 2d_2)\frac{k}{n} + \ldots,$$

а величины $L_{1s}^{(2j)}(0)$ также представимы сходящимися степенными рядами относительно $\frac{k}{n}$ с коэффициентами, являющимися многочленами от n степени не выше $\left[\frac{2j}{3}\right]$, получим из (17) следующие утверждения.

1. Пусть $k = O(n^\alpha)$, где $0 \leqslant \alpha < 1$. Тогда

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{|d_1|}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{d_1^2k^2}{4n} H\left(\frac{k}{n}\right)} \left\{ \sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} n^{-j} P_{j,s_j}\left(\frac{k}{n}\right) + O\left(n^{-\frac{m+1}{2}}\right) \right\}, \tag{18}$$

где $P_{j,s_j}(x)$ — многочлены от x степени s_j, s_j — наибольшее целое число, меньшее чем $\frac{m-2j+1}{2(1-\alpha)}$. В частности, $P_{0s_0}(x) = 1 + \frac{1}{4}(3d_1^2 - 4d_2 - 2d_1d_1^{(s)})x + \ldots$.

2. Пусть $k = o(n)$ и при любом $0 < \alpha < 1$ $n^\alpha = o(k)$. Тогда

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{|d_1|}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{d_1^2 k^2}{4n}} H\left(\frac{k}{n}\right) \left\{ \sum_{j=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} n^{-j} R_j\left(\frac{k}{n}\right) + O\left(n^{-\frac{m+1}{2}}\right) \right\}, \tag{19}$$

где $R_j(x)$ — функции, регулярные в окрестности точки $x = 0$' $R_0(x) = 1 + \frac{1}{4}(3d_1^2 - 4d_2 - 2d_1 d_1^{(s)})x + \ldots$.

Для $k = O(\sqrt{n})$ из формулы (18) получаем, что

$$p_{nk}^{(s)} = \frac{|d_1|}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{d_1^2 k^2}{4n}} \left\{ \sum_{0 \leqslant j \leqslant \frac{m}{2}} n^{-j} P_{j, m-2j}\left(\frac{k}{n}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{k^3}{n^2} \sum_{0 \leqslant j < \frac{m}{2}} n^{-j} Q_{j, m-2j-1}\left(\frac{k}{n}\right) + O\left(n^{-\frac{m+1}{2}}\right) \right\}, \tag{20}$$

где $Q_{j,m-2j-1}(x)$ — многочлены от x степени $m - 2j - 1$, суммирование производится по всем целым j в указанных пределах. В частности, $Q_{0,m-1}(0) = \frac{1}{8} d_1^2 (2d_2 - d_1^2)$, и из (20) при $m = 1$ получаем

$$p_{nk}^{(s)} =$$

$$= \frac{|d_1|}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{d_1^2 k^2}{4n}} \left\{ 1 - \frac{d_1^2 (d_1^2 - 2d_2) k^3}{8n^2} + \frac{(3d_1^2 - 4d_2 - 2d_1 d_1^{(s)}) k}{4n} + O\left(\frac{1}{n}\right) \right\}. \tag{21}$$

5. Пусть $k = 0$. Рассуждениями, аналогичными проведенным в п. 4, из формулы (3) получим

$$p_{n0}^{(s)} = \frac{l\,|d_1^{(s)}|}{\pi} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{w_s(x)}{\sum_{m=1}^{l} (1 + x^2)^{m+n}} e^{i\chi_s(x)}\, dx + o(e^{-\delta n}),$$

где

$$w_s(x) = |1 - \lambda_s(1 + x^2)|\,|d_1^{(s)} x|^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} w_m^{(s)} x^{2m} =$$

$$= 1 + \frac{(d_1^{(s)})^2 - 2d_1^{(s)} d_3^{(s)}}{2(d_1^{(s)})^2} x^2 + \ldots,$$

$$\chi_s(x) = \arg\{i(1 - \lambda_s(1 + x^2))\} = \sum_{m=1}^{\infty} \chi_m^{(s)} x^{2m-1} = \frac{d_2^{(s)}}{|d_1^{(s)}|} x + \ldots,$$

$\delta > 0$ — некоторая постоянная. Положим

$$K_s(x) = \frac{l w_s(x)}{\sum\limits_{m=1}^{l} (1+x^2)^m} \exp\{nx^2 - n\ln(1+x^2) + i\chi_s(x)\}.$$

Тогда при любом целом $m \geqslant 0$

$$p_{n0}^{(s)} = \frac{|d_1^{(s)}|}{\pi\sqrt{2n}} \int\limits_{-\varepsilon\sqrt{2n}}^{\varepsilon\sqrt{2n}} e^{-\frac{x^2}{2}} K_s\left(\frac{x}{\sqrt{2n}}\right) dx + o(e^{-\delta n}) =$$

$$= \frac{|d_1^{(s)}|}{\sqrt{\pi n}} \left\{ \sum_{j=0}^{m} \frac{K_s^{(2j)}(0)}{2^{2j} n^j j!} + O\left(n^{-\frac{m+1}{2}}\right) \right\}.$$

А так как $K_s^{2j}(0)$ есть многочлен от n степени не выше j, то

$$p_{n0}^{(s)} = \frac{|d_1^{(s)}|}{\sqrt{\pi n}} \left\{ \sum_{j=0}^{m} b_j^{(s)} n^{-j} + O\left(n^{-m-1}\right) \right\}.$$

В частности, $b_0^{(s)} = 1$, $b_1^{(s)} = -\frac{d_1^{(s)} + 4d_3^{(s)}}{8d_1^{(s)}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слободенюк Н. П. Об асимптотическом разложении распределения числа возвращений случайного блуждания в начальное состояние.— Укр. матем. ж., 25, № 1, 1973.

N. P. Slobodenyuk

ASYMPTOTICAL ANALYSIS OF DISTRIBUTION OF NUMBER OF VISITS TO A FIXED STATE IN RANDOM WALK

Summary

For recurrent random walk on the integers of real line the asymptotic expansion for probability the walking point k times of n steps being in state s ($n \to \infty$, $k = o(n)$; s — integer in line) is established, with the generating function of one step of walk satisfying the Kramer's condition.

Поступила в редколлегию 24. I 1972.