Теорія ймовір. та матем. статист. Teor. Ĭmovir. ta Matem. Statyst.
Вип. 93, 2015, стор. 87–94 No. 93, 2015, pp. 87–94

# ПРОБЛЕМА ВЕЛИКИХ ВІДХИЛЕНЬ ДЛЯ ПРОЦЕСІВ ВИПАДКОВОЇ ЕВОЛЮЦІЇ

УДК 519.21

В. С. КОРОЛЮК І І. В. САМОЙЛЕНКО

Анотація. В цій статті ми наводимо стислий огляд наших спільних результатів щодо проблеми великих відхилень для процесів випадкової еволюції, які опубліковано в роботах [5]–[20].

Abstract. In this article we make a brief survey of our common results as for large deviations problem for some processes of random evolution, published in the works [5]–[20].

Аннотация. В этой статье мы приводим сокращенный обзор наших совместных результатов касательно проблемы больших уклонений для процессов случайной эволюции, которые опубликованы в работах [5]–[20].

## 1. Вступ

В цій статті ми наводимо стислий огляд наших спільних результатів щодо проблеми великих відхилень для процесів випадкової еволюції, які опубліковано в роботах [5]–[20].

Проблема великих відхилень застосовується для оцінки експоненційно малих імовірностей і має безпосередній зв'язок з граничними теоремами для випадкових процесів.

Існує кілька різних типів граничних теорем:

I: Усереднення, або закон великих чисел.
II: Дифузійна апроксимація, або центральна гранична теорема.
III: Пуассонова апроксимація (для семімартингалів).
IV: Великі відхилення, або асимптотично малі імовірності.

Нехай $L$ — генератор марковського процесу (МП) $\eta(t)$, $t \geq 0$ визначеного на стандартному фазовому просторі $(E, \mathcal{E})$ (тобто $E$ — польський простір, а $\mathcal{E}$ його борелівська $\sigma$-алгебра). Припустимо, що він має щільну область визначення $\mathcal{D}(L) \subseteq \mathcal{B}_E$, що містить неперервні функції з неперервними похідними. Тут $\mathcal{B}_E$ — банахів простір дійснозначних фінітних тест-функцій $\varphi(u) \in E$, оснащений нормою: $\|\varphi\| := \sup_{u\in E} |\varphi(u)|$.

Граничні теореми для МП базуються на мартингальній характеризації МП $\eta(t)$, $t \geq 0$ (більш детально див., наприклад [1]):

$$\mu(t) := \varphi(\eta(t)) - \varphi(\eta(0)) - \int_0^t L\varphi(\eta(s))\,ds,$$

2000 *Mathematics Subject Classification.* Primary 60J55, 60B10, 60F17, 60K10; Secondary 60G46, 60G60.

*Ключові слова і фрази.* Великі відхилення, процеси випадкової еволюції, асимптотично мала дифузія, апроксимація Леві, експоненційний нелінійний генератор, розщеплення і подвійне укрупнення.

Статтю підготовлено за матеріалами доповіді на міжнародній конференції "Probability, Reliability and Stochastic Optimization (PRESTO-2015)", 7–10 квітня 2015, Київ, Україна.

де $\mu(t)$ — мартингал, а генератор

$$L\varphi(u) := \lim_{\Delta\to 0}\frac{1}{\Delta}\,\mathsf{E}[\varphi(u+\Delta\eta(t)) - \varphi(u)\mid \eta(t)=u],$$
$$\Delta\eta(t) := \eta(t+\Delta) - \eta(t).$$

За аналогією, проблема великих відхилень для МП базується на експоненційній мартингальній характеризації МП $\eta(t)$, $t\ge 0$ (див. [2] та [3, Ch. 1]):

$$\mu_e(t) := \exp\left\{\varphi(\eta(t)) - \varphi(\eta(0)) - \int_0^t H\varphi(\eta(s))\,ds\right\}, \tag{1}$$

де $\mu_e(t)$-мартингал, а експоненційний генератор

$$H\varphi(u) := e^{-\varphi(u)}Le^{\varphi(u)}, \qquad e^{\varphi(x)}\in\mathcal{D}(L). \tag{2}$$

## 2. Проблема великих відхилень для МП.

Проблема великих відхилень для МП може бути розв'язана із використанням граничної теореми для експоненційного генератора (2) (щодо додаткових умов та методів їх доведення див. монографію [3]). А саме, доведення існування такого оператора $H$, що

$$H^\varepsilon\varphi(u) := e^{-\varphi(u)/\varepsilon}\varepsilon L^\varepsilon e^{\varphi(u)/\varepsilon} \to H\varphi(u), \qquad \varepsilon\to 0. \tag{3}$$

Гранична теорема (3) пов'язана з асимптотичною поведінкою нелінійної напівгрупи при $\varepsilon\to 0$:

$$H_t^\varepsilon\varphi(u) := \varepsilon\ln\mathsf{E}\left[e^{\varphi(\eta^\varepsilon(t))/\varepsilon}\mid \eta^\varepsilon(0)=u\right].$$

*Зауваження* 2.1. Гранична теорема (3) для експоненційного генератора нетривіально пов'язана з проблемою великих відхилень. А саме, розв'язання проблеми великих відхилень для нормованого МП $\eta_\varepsilon(t)$, $t\ge 0$, $\varepsilon\to 0+$ полягає у перевірці принципу великих відхилень. Останній виконується у разі, якщо існує напівнеперервна знизу функція $I\colon E\to[0,\infty)$ така, що для довільної відкритої множини $A$

$$\liminf_{\varepsilon\to 0}\varepsilon\ln\mathsf{P}\{\eta_\varepsilon(t)\in A\} \ge -\inf_{u\in A} I(u),$$

а для довільної замкненої множини $B$

$$\limsup_{\varepsilon\to 0}\varepsilon\ln\mathsf{P}\{\eta_\varepsilon(t)\in B\} \le -\inf_{u\in B} I(u).$$

$I$ називають функціоналом дії для принципу великих відхилень.

В монографії [3] (див. Ch.2) проблема великих відхилень для МП розв'язується у чотири етапи:

1) Перевірка збіжності експоненційного (нелінійного) генератора $\mathbf{H}^\varepsilon$ до граничного експоненційного (нелінійного) генератора $\mathbf{H}$;

2) Перевірка експоненційної компактності дограничного МП.

Збіжність напівгруп, що відповідають $\mathbf{H}^\varepsilon$, разом з експоненційною компактністю дограничного МП дозволяє стверджувати принцип великих відхиленьу просторі $\mathbf{D}_E[0,\infty)$;

3) Перевірка принципу порівняння для граничного експоненційного генератора, з якого випливає, що напівгрупи які відповідають дограничному $\mathbf{H}^\varepsilon$ дійсно збігаються до єдиної напівгрупи, що відповідає граничному $\mathbf{H}$;

4) Побудова варіаційного представлення для граничного експененційного генератора, завдяки якому отримуємо явний вираз для функціоналу дії.

Етапи 2)–4) реалізовано в монографі [3] за досить загальних умов для експоненційних генераторів, що відповідають процесам з незалежними приростами, тобто процесам саме таких типів, які досліджені в роботах [5]–[20]. А саме, питання експоненційної компактності для процесів з незалежними приростами розглянуто в Прикладах 1.5, 4.23 та в пп. 10.1.2 та 10.3.2; перевірка принципу порівняння для відповідного граничного експоненційного генератора проведена в пп. 10.1.3 із застосуванням Леми 9.15; варіаційне представлення граничного експоненційного генератора проведено в пп. 10.1.5 на с. 200 із застосуванням Теореми 8.14. Методи, які використані у монографії [3] та згадані вище результати справджуються як у випадку апроксимації Леві, так і у випадку схеми малої дифузії, що описані нижче. Отже, нашою метою є реалізація лише першого етапу запропонованої програми.

*Зауваження* 2.2. Реалізацію деяких етапів також можна знайти у класичній монографії [4], де проблема великих відхилень розв'язується із застосуванням кумулянти процесу з незалежними приростами.

## 3. Граничні теореми для експоненційного генератора (3).

Ми почнемо з розгляду найпростішого прикладу МП.

### 3.1. Асимптотично мала дифузія.

$$\eta^\varepsilon(t) = \sqrt{\varepsilon}\sigma w(t),$$

$w(t)$ — вінерів процес,

$$L^\varepsilon\varphi(u) = \varepsilon\frac{\sigma^2}{2}\varphi''(u), \qquad H^\varepsilon\varphi(u) = H\varphi(u) + R_\varepsilon\varphi(u), \qquad R_\varepsilon\varphi(u) \to 0, \quad \varepsilon \to 0,$$

$$H\varphi(u) = \frac{\sigma^2}{2}[\varphi'(u)]^2.$$

### 3.2. Процеси з незалежними приростами.

$$L^\varepsilon\varphi(u) = \varepsilon^{-3}\int_{\mathbf{R}}[\varphi(u+\varepsilon^2 v) - \varphi(u)]L(dv)$$

за умови балансу: $\int_{\mathbf{R}} vL(dv) = 0$.

$$H^\varepsilon\varphi(u) = H\varphi(u) + R_\varepsilon\varphi(u), \quad R_\varepsilon\varphi(u) \to 0, \qquad \varepsilon \to 0,$$

$$H\varphi(u) = \frac{\sigma^2}{2}[\varphi'(u)]^2, \qquad \sigma^2 := \int_{\mathbf{R}} v^2 L(dv).$$

### 3.3. Схема пуассонової апроксимації ([13]–[20]).

$$\Gamma_\delta^\varepsilon\varphi(u) = \varepsilon^{-2}\int_{\mathbf{R}}[\varphi(u+\varepsilon v) - \varphi(u)]\,\Gamma_\delta(dv),$$

$$\Gamma_\delta^\varepsilon\varphi(u) = \Gamma\varphi(u) + R_{\varepsilon,\delta}\varphi(u), \qquad R_{\varepsilon,\delta} \to 0, \quad \varepsilon,\delta \to 0, \quad \varepsilon^{-1}\delta \to 1,$$

$$\Gamma\varphi(u) = b\varphi'(u) + \int_{\mathbf{R}}[\varphi(u+v) - \varphi(u) - v\varphi'(u)]\,\Gamma_0(dv),$$

де міра $\Gamma_0(\cdot)$ визначається з міри $\Gamma_\delta(\cdot)$ співвідношеннями

$$\Gamma_g^\delta = \int_{\mathbf{R}} g(v)\,\Gamma_\delta(dv) = \delta\left[\Gamma_g + \theta_g^\varepsilon\right], \qquad \Gamma_g = \int_{\mathbf{R}} g(v)\,\Gamma_0(dv).$$

Тоді

$$H^{\varepsilon,\delta}\varphi(u) = H\varphi(u) + \theta^{\varepsilon,\delta}\varphi(u), \qquad \theta^{\varepsilon,\delta} \to 0, \quad \varepsilon,\delta \to 0, \quad \varepsilon^{-1}\delta \to 1,$$

$$H\varphi(u) = b\varphi'(u) + \int_{\mathbf{R}}\left[e^{v\varphi'(u)} - 1\right]\Gamma_0(dv).$$

## 4. Проблема великих відхилень для процесів випадкової еволюції

Надалі будемо розглядати випадкові еволюції у евклідовому просторі $\eta(t;x) \in \mathbf{R}$ (узагальнення на випадок $\mathbf{R}^d$ є досить тривіальним), керовані стаціонарним МП у довільному банаховому просторі $æ(t) \in E$.

**4.1. Процес випадкової еволюції у марковському випадковому середовищі**, яке задано стаціонарним МП $æ(t)$, $t \geq 0$, на вимірному фазовому просторі $(E, \mathcal{E})$ описується генератором

$$Q\varphi(\cdot, x) = q \int_E [\varphi(y) - \varphi(x)]\, P(x, dy), \qquad x \in E.$$

Двокомпонентний МП $\eta(t;x)$, $æ(t)$, $t \geq 0$, описується генератором

$$L\varphi(u, x) = [Q + \Gamma(x)]\varphi(u, x),$$

де $\Gamma(x)$, $x \in E$ визначає асоційований МП $\eta(t)$, $t \geq 0$:

$$\Gamma(x)\varphi(u, \cdot) = \int_{\mathbf{R}} [\varphi(u + v) - \varphi(u)]\Gamma(dv; x), \qquad x \in E. \tag{4}$$

**4.2. Проблема великих відхилень для процесу випадкової еволюції** в схемі серій (з малим параметром серії $\varepsilon \to 0$), що нормує процес випадкової еволюції $\eta^\varepsilon(t;x)$, $æ^\varepsilon(t)$, $t \geq 0$, формулюється для генератора

$$L^\varepsilon \varphi(u, x) = [Q^\varepsilon + \Gamma^\varepsilon(x)]\, \varphi(u, x).$$

За умови виконання додакових умов, що були сформульовині у Розділі 2 у вигляді етапів 2)–4), аналіз проблеми великих відхилень для процесу випадкової еволюції зводиться до асимптотичного аналізу нормованого експоненційного генератора:

$$H^\varepsilon \varphi^\varepsilon(u, x) = e^{-\varphi^\varepsilon/\varepsilon} \varepsilon L^\varepsilon e^{\varphi^\varepsilon/\varepsilon}, \qquad \varepsilon \to 0. \tag{5}$$

В подальшому, ми розглядаємо лише два варіанти проблеми великих відхилень для процесу випадкової еволюції.

*4.2.1. Схема асимптотично малої дифузії (*[5]–[12], [14]*).* Процес випадкової еволюції в схемі серій визначається нормованим генератором

$$L^\varepsilon \varphi(u, x) = \left[\varepsilon^{-3} Q + \Gamma^\varepsilon(x)\right] \varphi(u, x),$$

$$\Gamma^\varepsilon \varphi(u) = \varepsilon^{-3} \int_{\mathbf{R}} \left[\varphi(u + \varepsilon^2 v) - \varphi(u)\right] \Gamma(dv; x), \qquad x \in E. \tag{6}$$

За умови балансу: $\int_{\mathbf{R}} v\, \Gamma(dv; x) \equiv 0$, $x \in E$, існує асмптотичне представлення

$$\Gamma^\varepsilon \varphi(u) = \varepsilon B(x)\varphi(u) + \varepsilon R_\varepsilon \varphi(u), \qquad R_\varepsilon \to 0, \qquad \varepsilon \to 0,$$

$$B(x)\varphi(u) := \frac{\sigma^2(x)}{2}\varphi''(u), \qquad \sigma^2(x) := \int_{\mathbf{R}} v^2\, \Gamma(dv; x).$$

Таким чином, викикає задача сингулярного збурення для оператора

$$L_0^\varepsilon \varphi(u, x) = \left[\varepsilon^{-3} Q + \varepsilon B(x)\right] \varphi(u, x). \tag{7}$$

Основною проблемою стає: як вкласти лінійну задачу сингулярного збурення (7) в асимптотичний аналіз нелінійного експоненційного генератора (5)? Розв'язок задачі сингулярного збурення для оператора

$$H_0^\varepsilon \varphi^\varepsilon(u, x) = e^{-\varphi^\varepsilon(u)/\varepsilon} \varepsilon L_0^\varepsilon e^{\varphi^\varepsilon(u)/\varepsilon}$$

реалізується на збурених тест-функціях

$$\varphi^\varepsilon(u, x) = \varphi(u) + \varepsilon \ln[1 + \varepsilon \varphi_1(u, x)].$$

Основний результат (див. [5]) полягає у наступному асимптотичному представленні:

$$H_0^\varepsilon\varphi^\varepsilon(u,x) = Q\varphi_1(u,x) + \widetilde{B}(x)\varphi(u) + R_\varepsilon(x)\varphi(u), \qquad R_\varepsilon \to 0, \qquad \varepsilon \to 0, \tag{8}$$
$$\widetilde{B}(x)\varphi(u) := \frac{1}{2}\sigma^2(x)[\varphi'(u)]^2, \qquad \sigma^2(x) := \int_{\mathbf{R}} v^2\,\Gamma(dv,x).$$

Розв'язок задачі сингулярного збурення для (8) визначає граничний експоненційний генератор

$$\widehat{H}\varphi(u) = \frac{1}{2}\widehat{\sigma}^2[\varphi'(u)]^2, \qquad \widehat{\sigma}^2 := \int_E \pi(dx)\sigma^2(x).$$

*4.2.2. Схема пуассонової апроксимації* [13]-[17], [20]. Підхід, який використовується при аналізі проблеми великих відхилень в схемі піассонової апроксимації, а також у схемі розщеплення і подвійного укрупнення відрізняється як від класичного підходу (див. [3, 4])так і від методів, запропонованих в [5]–[14]. Детальну інформацію можна знайти в роботах [15]–[20].

Проблема великих відхилень в схемі серій задається нормованим генератором

$$L_\delta^\varepsilon\varphi(u,x) = \left[\varepsilon^{-3}Q + \Gamma_\delta^\varepsilon(x)\right]\varphi(u,x),$$
$$\Gamma_\delta^\varepsilon(x)\varphi(u) = \varepsilon^{-2}\int_{\mathbf{R}}[\varphi(u+\varepsilon v) - \varphi(u)]\,\Gamma_\delta(dv;x), \qquad x \in E.$$

Умови пуассонової апроксимації наступні:

P1: $b_\delta(x) := \int_{\mathbf{R}} v\,\Gamma_\delta(dv;x) = \delta[b(x) + \theta_b(x)]$,
P2: $c_\delta(x) := \int_{\mathbf{R}} v^2\,\Gamma_\delta(dv;x) = \delta[c(x) + \theta_c(x)]$,
P3: $\Gamma_g^\delta(x) := \int_{\mathbf{R}} g(v)\,\Gamma_\delta(dv;x) = \delta[\Gamma_g(x) + \theta_\Gamma(x)]$.

Задача сингулярного збурення для нелінійного оператора

$$H_\Gamma^{\varepsilon,\delta}\varphi_\delta^\varepsilon(u,x) = e^{-\varphi_\delta^\varepsilon(u)/\epsilon}\varepsilon L_\delta^\varepsilon e^{\varphi_\delta^\varepsilon(u)/\varepsilon}, \qquad \varepsilon,\delta \to 0, \quad \varepsilon^{-1}\delta \to 1$$

розглядається на збурених тест-функціях

$$\varphi_\delta^\varepsilon(u,x) = \varphi(u) + \varepsilon\ln[1 + \delta\varphi_1(u,x)].$$

Основний результат (див. [16]) полягає у наступному асимптотичному представленні:

$$H_\Gamma^{\varepsilon,\delta}\varphi_\delta^\varepsilon(u,x) = Q\varphi_1(u,x) + H_\Gamma(x)\varphi(u) + \theta_\Gamma^{\varepsilon,\delta}(x)\varphi(u) \tag{9}$$

де оператор (пор. з пп.3.3)

$$H_\Gamma(x)\varphi(u) = b(x)\varphi'(u) + \int_{\mathbf{R}}[e^{v\varphi'(u)} - 1]\Gamma_0(dv;x), \qquad x \in E. \tag{10}$$

Розв'язок задачі сингулярного збурення для (9)-(10) визначає граничний експоненційний генератор

$$\widehat{H}\varphi(u) = \widehat{b}\varphi'(u) + \int_{\mathbf{R}}\left[e^{v\varphi'(u)} - 1\right]\widehat{\Gamma}_0(dv), \tag{11}$$
$$\widehat{b} := \int_E \pi(dx)b(x), \qquad \widehat{\Gamma}_0(dv) := \int_E \pi(dx)\,\Gamma_0(dv;x).$$

Граничний експоненційний генератор (11) містить стрибкову частину, що задається мірою інтенсивності стрибків $\widehat{\Gamma}_0(dv)$.

## 5. Проблема великих відхилень в схемі розщеплення і подвійного укрупнення

Ми вводимо перемикаючий МП $æ^\varepsilon(t)$, $t \geq 0$ на стандартному фазовому просторі $(E, \mathcal{E})$ в схемі серій з малим параметром серії $\varepsilon \to 0$, $\varepsilon > 0$, де фазовий простір

$$E = \bigcup_{k=1}^{N} E_k, \qquad E_k \cap E_{k'} = \varnothing, k \neq k'.$$

Марковське ядро

$$Q^\varepsilon(x, B, t) = P^\varepsilon(x, B)\left[1 - e^{-q(x)t}\right], \qquad x \in E,\ B \in \mathcal{E},\ t \geq 0.$$

Оператор $Q^\varepsilon$ можна представити у вигляді:

$$Q^\varepsilon = Q + \varepsilon Q_1, \qquad Q_1(x) = q(x)\int_E P_1(x, dy)\varphi(y).$$

**5.1. Проблема великих відхилень за умови локального балансу $\Lambda B$ ([14]).** Процес випадкової еволюції досліджується за умови

$\Lambda B$: $b(u;x) := \int_{\mathbf{R}} v\,\Gamma(u, dv; x) \equiv 0$

з наступним нормуванням:

$$\xi^\varepsilon(t) = \varepsilon^2\xi\left(t/\varepsilon^3\right), \qquad æ_t^\varepsilon := æ^\varepsilon\left(t/\varepsilon^3\right).$$

Відповідний генератор має вигляд

$$\mathbf{L}_\Lambda^\varepsilon\varphi(u, x) = \left[\varepsilon^{-3}Q + \varepsilon^{-2}Q_1 + \Gamma^\varepsilon(x)\right]\varphi(u, x),$$

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(u) = \varepsilon^{-3}\int_{\mathbf{R}}\left[\varphi\left(u + \varepsilon^2 v\right) - \varphi(u)\right]\Gamma(u, dv; x).$$

Генератор має наступне асимптотичне представлення:

$$\mathbf{L}_\Lambda^\varepsilon\varphi(u, x) = \left[\varepsilon^{-3}Q + \varepsilon^{-2}Q_1 + \varepsilon\mathbf{B}(x)\right]\varphi(u, x) + \varepsilon\delta^\varepsilon(u, x)\varphi(u, x).$$

Тут

$$\mathbf{B}(x)\varphi(u) = \frac{1}{2}B(u;x)\varphi''(u), \qquad B(u;x) = \int_{\mathbf{R}} v^2\,\Gamma(u, dv; x).$$

Експоненційний генератор процесу випадкової еволюції за умови $\Lambda B$ визначається співвідношенням

$$\mathbf{H}\varphi(u) = \frac{1}{2}\widehat{\widehat{B}}(u)[\varphi'(u)]^2,$$

$$\widehat{\widehat{B}}(u) = \sum_{k=1}^{N}\widehat{\pi}_k\int_{E_k}\pi_k(dx)B(u;x), \qquad B(u;x) = \int_{\mathbf{R}} v^2\,\Gamma(u, dv; x).$$

**5.2. Проблема великих відхилень за умови тотального балансу $TB$ ([14]).** За умови тотального балансу:

TB: $b(u;x) = \int_{\mathbf{R}} v\Gamma(u, dv; x) \not\equiv 0$, $\sum_{k=1}^{N}\widehat{\pi}_k\widehat{b}_k(u) = 0$, $\widehat{b}_k(u) = \int_{E_k}\pi_k(dx)b(u;x)$, $1 \leq k \leq N$

ми вводимо наступне нормування для процесу випадкової еволюції:

$$\xi^\varepsilon(t) = \varepsilon^2\xi\left(t/\varepsilon^3\right), \qquad æ_t^\varepsilon := æ^\varepsilon\left(t/\varepsilon^4\right).$$

Відповідний генератор має вигляд

$$\mathbf{L}_T^\varepsilon\varphi(u, x) = \left[\varepsilon^{-4}Q + \varepsilon^{-3}Q_1 + \Gamma^\varepsilon(x)\right]\varphi(u, x),$$

де

$$\Gamma^\varepsilon(x)\varphi(u) = \varepsilon^{-3}\int_{\mathbf{R}}\left[\varphi\left(u + \varepsilon^2 v\right) - \varphi(u)\right]\Gamma(u, dv; x).$$

Генератор має наступне асимптотичне представлення:

$$\mathbf{L}_T^\varepsilon \varphi(u,x) = \left[\varepsilon^{-4} Q + \varepsilon^{-3} Q_1 + \varepsilon^{-1} \Gamma(x) + \varepsilon \mathbf{B}(x)\right] \varphi(u,x) + \varepsilon \delta^\varepsilon(u,x) \varphi(u,x).$$

Тут

$$\Gamma(x)\varphi(u) := b(u;x)\varphi'(u).$$

Експоненційний генератор процесу випадкової еволюції за умови $TB$ визначається співвідношенням

$$\mathbf{H}\varphi(u) = \frac{1}{2}\widehat{\widehat{B}}_T(u)[\varphi'(u)]^2, \qquad \widehat{\widehat{B}}_T(u) = \widehat{\widehat{B}}(u) + \widehat{\widehat{B}}_0(u).$$

Тут

$$\widehat{\widehat{B}}(u) := \sum_{k=1}^N \widehat{\pi}_k \int_{E_k} \pi_k(dx) B(u;x), \qquad B(u;x) = \int_{\mathbf{R}} v^2\, \Gamma(u,dv;x),$$

$$\widehat{\widehat{B}}_0(u) := \widehat{\Pi}\widehat{b}(u,\widehat{x})\widehat{R}_0\widehat{b}(u,\widehat{x})\widehat{\Pi} = \sum_{k,l=1}^N \widehat{\pi}_k \widehat{b}_k \widehat{R}_{kl}^0 \widehat{b}_l.$$

## 6. Асимптотичний аналіз нелінійних експоненційних генераторів проведено для:

1. Марковської випадкової еволюції з локально незалежними приростами в схемі асимптотично малої дифузії.
2. Марковської випадкової еволюції з незалежними приростами в схемі асимптотично малої дифузії у фазовому просторі з розщепленням і подвійним укрупненням.
3. Динамічних випадкових еволюцій в схемі асимптотично малої дифузії.
4. Випадкової еволюції з незалежними приростами в схемі апроксимації Леві.
5. Імпульсних процесів в схемі апроксимації Леві.
6. Випадкових еволюцій з незалежними приростами в схемі апроксимації Леві у фазовому просторі з розщепленням і подвійним укрупненням.
7. Імпульсних процесів в схемі апроксимації Леві у фазовому просторі з розщепленням і подвійним укрупненням.
8. Імпульсних процесів накопичення у фазовому просторі з укрупненням.

## Література


1. S. N. Ethier and T. G. Kurtz, *Markov Processes: Characterization and Convergence*, Wiley, New York, 1985.
2. J. Feng, *Martingale problems for large deviations of Markov processes*, Stochastic Processes and their Applications **81** (1999), 165–216.
3. J. Feng and T. G. Kurtz, *Large Deviation for Stochastic Processes*, AMS, RI, 2006.
4. M. J. Freidlin and A. D. Wentzel, *Random Perturbations of Dynamical Systems*, Springer-Verlag, New York, 1998.
5. V. S. Korolyuk, *Problem of large deviations for Markov random evolutions with independent increments in the scheme of asymptotically small diffusion*, Ukrainian Math. J. **62** (2010), no. 5, 739–747.
6. В. С. Королюк, *Марковские случайные эволюции с независимыми приращениями в схеме асимптотически малой диффузии*, Доповіді НАНУ (2010), №6, 22–26.
7. V. S. Koroliuk, *Large deviation problems for Markov random evolution with independent increments in the scheme of asymptotically small diffusion*, Communications in Statistics - Theory and Methods **40(19–20)** (2011), 3385–3395.
8. V. S. Koroliuk, *Random evolutions with locally independent increments on increasing time intervals*, Journal of Mathematical Sciences **179** (2011), №2, 273–289.
9. В. С. Королюк, *Принцип больших уклонений для случайных эволюций*, Вісник КНУ імені Тараса Шевченка (2011), №25, 4–6.
10. V. S. Koroliuk, *Dynamic random evolutions on increasing time intervals*, Theory Probab. Math. Statist. **85** (2012), 83–91.

11. V. S. Koroliuk, R. Manca, and G. D'Amico, *Storage impulsive processes in the merging phase space*, Journal of Mathematical Sciences **196** (2014), №5, 644–651.
12. V. S. Koroliuk, R. Manca, and G. D'Amico, *Storage impulsive processes on increasing time intervals*, Theory Probab. Math. Statist. **89** (2014), 71–78.
13. В. С. Королюк, І. В. Самойленко, *Великі відхилення для імпульсних процесів накопичення в схемі фазового укрупнення*, Допов. НАН України (2014), №7, 28–35.
14. V. S. Koroliuk and I. V. Samoilenko, *Large deviations for random evolutions in the scheme of asymptotically small diffusion*, Modern Stochastics and Applications, Springer Optimization and Its Applications **90** (2014), 201–217.
15. I. V. Samoilenko, *Large deviations for impulsive processes in the scheme of Poisson approximation*, Ukrainian Math. J. **64** (2013), №11, 1727–1738.
16. I. V. Samoilenko, *Large deviation for random evolutions with independent increments in the scheme of Poisson approximation*, Theory Probab. Math. Statist. **85** (2011), 107–114.
17. I. V. Samoilenko, *Large deviations for impulsive processes in the scheme of the Lévy approximation*, Theory Probab. Math. Statist. **88** (2014), 151–160.
18. І. В. Самойленко, Ю. В. Шушарін, *Великі відхилення для випадкової еволюції з незалежними приростами в схемі пуассонової апроксимації з розщепленням та подвійним укрупненням*, Журнал обчислювальної та прикладної математики **117** (2014), №3, 76–86.
19. I. V. Samoilenko, *Large deviations for random evolutions with independent increments in the scheme of Lévy approximation with split and double merging*, Random Operators and Stochastic Equations **23** (2015), №2, 137–149.
20. I. V. Samoilenko, *Large deviations for random evolutions with independent increments in a scheme of Lévy approximation*, Journal of Mathematical Sciences **210** (2015), №1, 52–66.

Інститут математики, Національна академія наук України, вул. Терещенківська, 3, Київ 01601, Україна
*Адреса електронної пошти*: vskorol@yahoo.com

Факультет кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, вул. Володимирська, 64, Київ 01601, Україна
*Адреса електронної пошти*: isamoil@i.ua

Надійшла 29/06/2015